

Exerciții aferente cursului 5

octombrie 2020

Deadline: max. 2 săptămâni de la primirea temei.

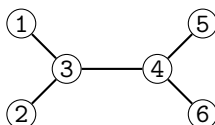
Curs 5: Teoria de enumerare a lui Pólya

1. Se dau permutările

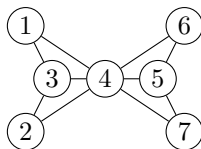
$$\pi_1 = \langle 3, 2, 1, 5, 7, 6, 4, 9, 8, 10 \rangle,$$

$$\pi_2 = \langle 10, 9, 3, 5, 4, 8, 7, 6, 1, 2 \rangle.$$

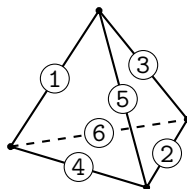
- (a) Calculați π_1^{-1} , $\pi_1 \circ \pi_2$ și π_1^3 unde $\pi_1^3 = \pi_1 \circ \pi_1 \circ \pi_1$.
(b) Calculați structurile ciclice ale permutărilor π_1 și π_2 .
(c) Care este tipul permutării π_2 ?
2. Să se determine grupul de simetrii, indexul de cicluri și numărul de colorări diferite cu cel mult 2 culori pentru ansamblul ilustrat mai jos.



3. Să se determine grupul de simetrii, indexul de cicluri și numărul de colorări diferite cu cel mult 3 culori pentru ansamblul ilustrat mai jos.

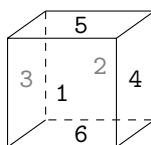


4. În câte feluri se pot colora muchiiile unui tetraedru regulat cu cel mult 2 culori, roșu și negru?



REMARCĂ: Grupul de simetrie al ansamblului muchiilor unui tetraedru regulat a fost prezentat la curs.

5. Se consideră ansamblul fețelor unui cub.

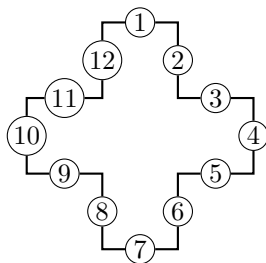


- (a) Indicați indexul ciclic al grupului de simetrie al acestui ansamblu.
SUGESTIE: grupul de simetrie al acestui ansamblu este indicat la pag. 75 din manuscrisul acestui curs.
- (b) Câte zaruri se pot forma dacă se numerotează fețele cubului cu numere de la 1 la 6?

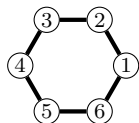
REMARCĂ: Numărul de zaruri posibile coincide cu numărul de 6-colorări a acestui ansamblu, iar acesta se poate obține din inventarul de modele $F(a, b, c, d, e, f)$ al ansamblului, unde a, b, c, d, e, f sunt numele culorilor folosite pentru colorarea fețelor cubului.

Exerciții discutate la laborator

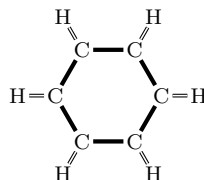
Exercițiul 1. În câte feluri se pot colora obiectele configurației de mai jos cu culori din mulțimea $\{r, v, n\}$?



Exercițiul 2. Benzenul este o hidrocarbură cu formula chimică C_6H_6 , care are 6 atomi de carbon plasați în vârfurile unui hexagon regulat, și 6 atomi de hidrogen, fiecare legat la câte un atom de carbon.

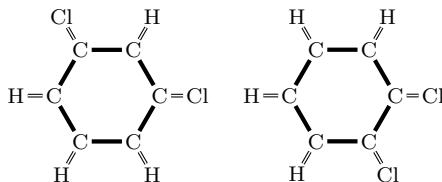


ansamblul moleculei de benzen



structura chimică

- (a) Să se calculeze grupul de simetrie și indexul de cicluri al ansamblului de atomi ai moleculei de benzen.
- (b) Câți izomeri se pot obține dacă se înlocuiesc în benzen 2 atomi de hidrogen cu 2 atomi de clor? Un astfel de izomer are formula chimică $C_6H_4Cl_2$. Exemple de astfel de izomeri sunt:



SUGESTIE: Descrieți fiecare izomer al moleculei $C_6H_4Cl_2$ ca pe o colorare cu 2 culori: h pentru un atom de carbon lecat cu hidrogen, și c pentru un atom de carbon legat cu clor. Avem de calculat numărul de colorări diferite al ansamblului, folosind c de 2 ori și h de 4 ori.