

**1.(3p)** (a) Scrieți un algoritm care primește ca parametri două tablouri cu valori întregi  $x[1..n]$  și  $y[1..n]$  și returnează numărul elementelor comune din cele două tablouri. (b) Scrieți un algoritm care primește ca parametru o matrice  $A[1..m, 1..n]$  și determină perechea de linii  $(i, j)$  care au cele mai multe elemente comune (Indicație: se poate folosi algoritmul de la pct. (a)). (c) Stabiliți ordinul de complexitate al algoritmului descris la punctul (b);

**2.(2p)** (a) Se consideră o stivă  $S$  pentru care au fost deja implementate operațiile `push`, `pop`, `empty`. Propuneți un algoritm care folosește stiva pentru a afișa în ordine inversă un sir de caractere preluat caracter cu caracter (în afară stivei algoritmul poate folosi doar o variabilă de tip caracter). (b) Se consideră o listă simplu înlanțuită  $L_1$  specificată prin adresa de început (`L1.prim`) și se consideră că pentru un element referit prin `ref` următorul element este referit prin `ref.urm`, iar valoarea asociată este specificată prin `ref.val` și este un număr. Descrieți un algoritm care construiește o nouă listă simplu înlanțuită  $L_2$  care conține doar elementele pozitive din  $L_1$  (nu contează ordinea în care sunt elementele din  $L_2$ ). **3.(3p)** Se consideră o funcție  $f : [a, b] \rightarrow R$  care are proprietatea că este continuă, monotonă și  $f(a)f(b) < 0$  și următorul algoritm recursiv:

```

alg( $x, y$ )
  if  $y - x < \epsilon$  then return(( $x + y$ )/2)
  else
     $m \leftarrow (x + y)/2$ 
    if  $f(x) * f(m) \leq 0$  then return alg( $x, m$ )
    else return alg( $m, y$ ) endif
  endif

```

(a) Ce returnează algoritmul când este apelat pentru  $a$  și  $b$  ( $\epsilon$  este o valoare pozitivă mică)? (b) Considerând operația de înmulțire ca fiind dominantă să se scrie relația de recurență care descrie evoluția timpului de execuție  $T(n)$  unde  $n = \lfloor (b - a)/\epsilon \rfloor$ . (c) Estimați ordinul de complexitate a algoritmului.

**4.(2.5p)** (a) Scrieți un algoritm afișează toate submulțimile cu 3 elemente ale unei mulțimi. (b) Scrieți un algoritm care afișează toate submulțimile cu  $k$  elemente ale unei mulțimi.

**5.(2.5p)** Se consideră un set de  $n$  activități care utilizează aceeași resursă. O activitate  $A_i$  începe la momentul  $s_i$  și se finalizează la momentul  $t_i > s_i$  (activitatea  $A_i$  se desfășoară în intervalul  $[s_i, t_i]$ ). Două activități sunt considerate compatibile dacă intervalele lor de desfășurare sunt disjuncte. (a) Scrieți un algoritm, bazat pe tehnica greedy, care determină numărul maxim de activități compatibile. (b) Stabiliți ordinul de complexitate al algoritmului propus.

**1.(3p)** Se consideră o matrice  $A[1..m, 1..n]$  având elemente din mulțimea  $\{1, 2, \dots, k\}$ . (a) Scrieți un algoritm care determină toate valorile distincte din matricea  $A$  (Indicație: se poate utiliza un tabel de frecvențe) (b) Scrieți un algoritm care determină cea mai frecventă și cea mai puțin frecventă valoare din matrice (în cazul în care mai multe valori au frecvență maximă/minimă se vor determina toate) (c) Stabiliți ordinul de complexitate al algoritmului descris la pct. (b);

**2.(2p)** (a) Se consideră o listă simplu înlanțuită care conține termenii unui polinom ( fiecare nod al listei conține valoarea coeficientului (`coef`), gradul termenului (`grad`) precum și referința către următorul element (`urm`)). Scrieți un algoritm care primește adresa primului element al listei precum și un număr real  $x$  și returnează valoarea polinomului în  $x$ . (b) Se consideră o stivă  $S$  care inițial este vidă. Stabiliți care este conținutul stivei după efectuarea următoarelor operațiilor: `S.push(2); S.push(1); S.pop(); S.push(3); S.push(1); S.pop();`

**3.(3p)** Se consideră următorul algoritm recursiv:

```

alg( $k$ )
  if  $k = 1$  then  $x[k] \leftarrow 0$ ; print ( $x[1..n]$ )
     $x[k] \leftarrow 1$ ; print ( $x[1..n]$ )
  else  $x[k] \leftarrow 0$ ; alg( $k - 1$ )
     $x[k] \leftarrow 1$ ; alg( $k - 1$ )
  endif

```

(a) Ce returnează algoritmul când este apelat pentru o valoare naturală nenulă  $n$  (în ipoteza că  $x[1..n]$  este o variabilă globală)? (b) Considerând ca operație dominantă atribuirea de valori elementelor din tabloul  $x$  să se scrie relația de recurență care descrie evoluția timpului de execuție  $T(n)$  (numărul de atribuiră) (c) Să se rezolve relația de recurență și să se determine ordinul de complexitate a algoritmului.

**4.(2.5p)** Fie  $a[1..m]$  un sir ordonat crescător,  $b[1..n]$  un sir ordonat descrescător iar  $v$  o valoare. (a) Scrieți un algoritm de complexitate  $\mathcal{O}(\max\{m, n\})$  (folosind tehnica interclasării) care verifică dacă există cel puțin o pereche  $(i, j)$  cu proprietatea că  $a[i] + b[j] = v$  (obs: este admis să se utilizeze tablouri adiționale). (b) Justificați că algoritmul propus are complexitate liniară în raport cu  $m$  și  $n$ .

**5.(2.5p)** Se consideră două secvențe de numere naturale distincte:  $[a_1, a_2, \dots, a_n]$  și  $[b_1, b_2, \dots, b_n]$ . Propuneți o modalitate de rearanjare a elementelor din cele două secvențe astfel încât produsul  $\prod_{i=1}^n a_i^{b_i}$  să fie maxim (produsul este specificat pe baza indicilor de după rearanjare). De exemplu pentru  $a = [3, 5, 2]$  și  $b = [1, 2, 3]$  produsul maxim este 2250. (b) Stabiliți ordinul de complexitate al algoritmului propus.

