

CURS 2:
Descrierea algoritmilor în pseudocod
=Exemple=

Structura

- Descrierea unor algoritmi simpli
- Specificarea și utilizarea subalgoritmilor

Exemplu 1

Considerăm un tabel cu informații despre studenți

Nr.	Nume	Note			Credite	Stare	Medie
1	A	8	6	7	60		
2	B	10	10	10	60		
3	C	-	7	5	40		
4	D	6	-	-	20		
5	E	8	7	9	60		

Problema: să se completeze coloanele **stare** și **medie** folosind regulile
stare = 1 dacă Credite=60 (obs: 1 credit=25 ore de activitate)

stare= 2 dacă Credite este in [30,60)

stare= 3 dacă Credite <30

media aritmetică a notelor se calculează doar dacă Credite =60

Exemplu 1

După completare tabelul va arăta astfel:

Nr.	Nume	Note			Credite	Stare	Medie
1	A	8	6	7	60	1	7
2	B	10	10	10	60	1	10
3	C	-	7	5	40	2	-
4	D	6	-	-	20	3	-
5	E	8	7	9	60	1	8

stare = 1 dacă Credite=60

stare= 2 dacă Credite este in [30,60)

stare= 3 dacă Credite <30

Exemplu 1

Ce fel de date vor fi prelucrate?

Nr.	Nume	Note			Credite	Stare	Medie
1	A	8	6	7	60		
2	B	10	10	10	60		
3	C	-	7	5	40		
4	D	6	-	-	20		
5	E	8	7	9	60		

Date de intrare: **Note** si Credite

note[1..5,1..3] : tablou bidimensional (matrice) cu 5 linii și 3 coloane

Descriere în pseudocod: **int note[1..5,1..3]**

Exemplu 1

Ce fel de date vor fi prelucrate?

Nr.	Nume	Note			Credite	Stare	Medie
1	A	8	6	7	60		
2	B	10	10	10	60		
3	C	-	7	5	40		
4	D	6	-	-	20		
5	E	8	7	9	60		

Date de intrare: Note și Credite

`credite[1..5]` : tablou unidimensional cu 5 elemente

Descriere in pseudocod: `int credite[1..5]`

Exemplu 1

Ce fel de date vor fi prelucrate?

Nr.	Nume	Note			Credite	Stare	Medie
1	A	8	6	7	60		
2	B	10	10	10	60		
3	C	-	7	5	40		
4	D	6	-	-	20		
5	E	8	7	9	60		

Date de ieşire: Stare si Medie

stare[1..5], medie[1..5] : tablouri unidimensionale cu 5 elemente

Descriere pseudocod: **int stare[1..5]**

real medie[1..5]

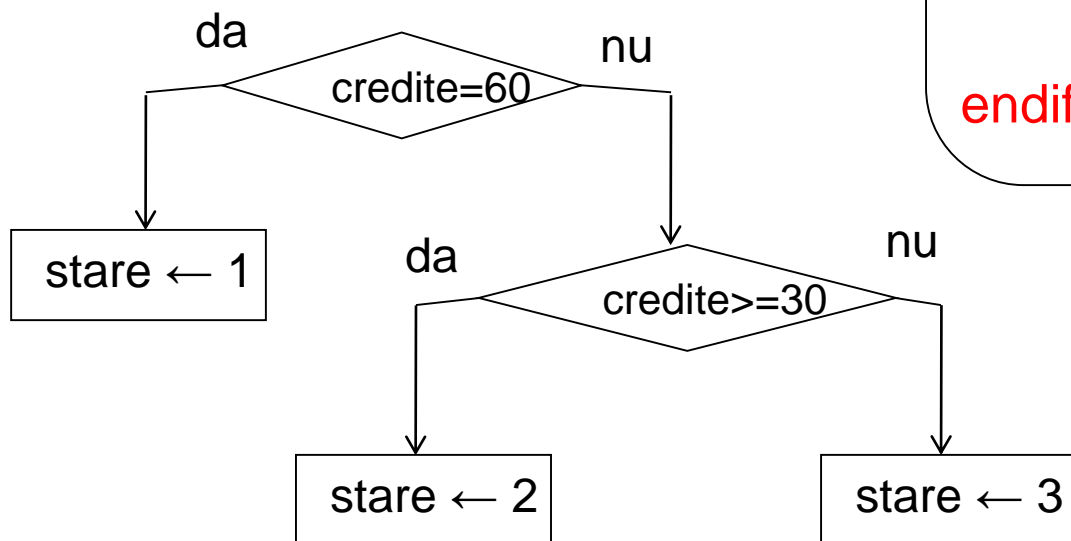
Exemplu 1

Regula pt.determinarea stării
asociate unui student

stare = 1 dacă credite=60

stare= 2 dacă credite in [30,60)

stare= 3 dacă credite <30



Descriere în pseudocod:

```
if credite=60 then stare ← 1
  else if credite >= 30 then stare ← 2
    else stare ← 3
  endif
endif
```

Descriere in Python

```
if credite==60:
    stare=1
elif credite >= 30:
    stare=2
else:
    stare=3
```


Exemplu 1

Completarea stării pentru toți studenții

Obs: Numărul studenților este notat cu n (în exemplul analizat $n=5$)

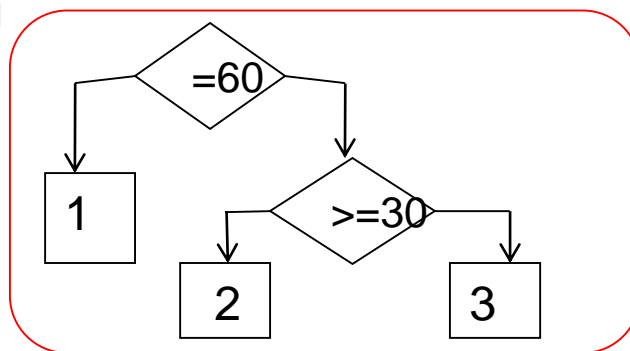
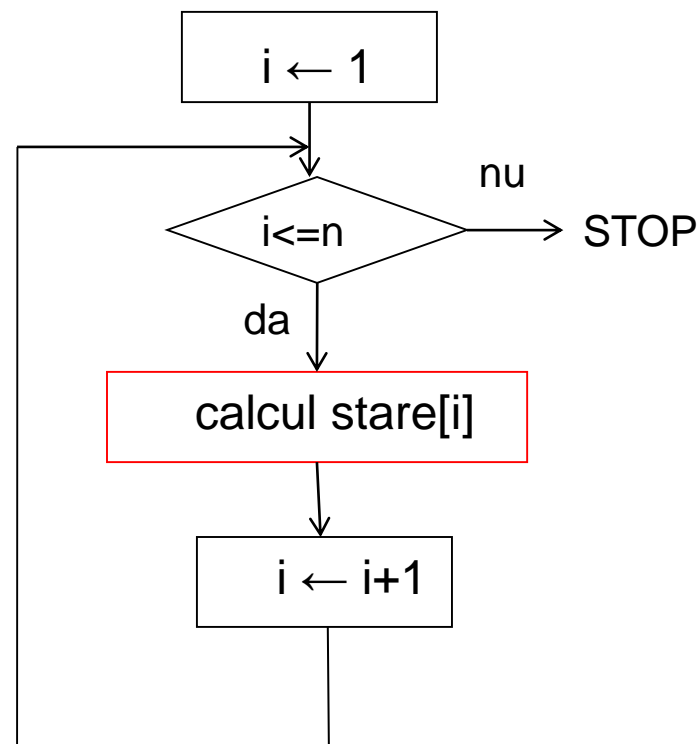
Pas 1: se pornește de la prima linie din tabel ($i \leftarrow 1$)

Pas 2: se verifică dacă mai sunt linii de prelucrat ($i \leq n$); dacă nu, se oprește prelucrarea

Pas 3: se calculează starea elementului i

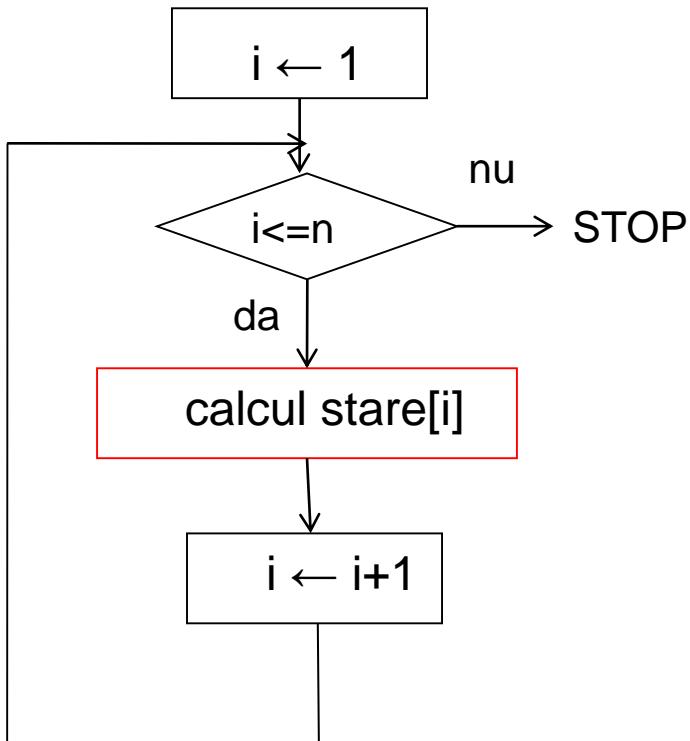
Pas 4: se pregătește indicele următorului element ($i \leftarrow i+1$)

Pas 5: se continuă cu Pas 2



Exemplu 1

Completarea stării pentru toți
studentii



Pseudocod:

```
int credite[1..n], stare[1..n], i
```

```
i ← 1
```

```
while i ≤ n do
```

```
    if credite[i]=60 then stare[i] ← 1
```

```
        else if credite[i] ≥ 30 then stare[i] ← 2
```

```
            else stare[i] ← 3
```

```
        endif
```

```
    endif
```

```
    i ← i+1
```

```
endwhile
```

Exemplu 1

Simplificarea descrierii algoritmului prin gruparea unor prelucrări în cadrul unui **subalgoritm**

Pseudocod:

```
int credite[1..n], stare[1..n], i
i ← 1
while i ≤ n do
    stare[i] ← calcul(credite[i])
    i ← i+1
endwhile
```

Descriere subalgoritm (modul / funcție / procedură / rutină):

```
calcul (int c)
int stare
if c=60 then stare ← 1
    else if c ≥ 30 then stare ← 2
        else stare ← 3
    endif
endif
return stare
```

Obs: un subalgoritm descrie un calcul efectuat asupra unor date generice numite **parametri**

Utilizarea subalgoritmilor

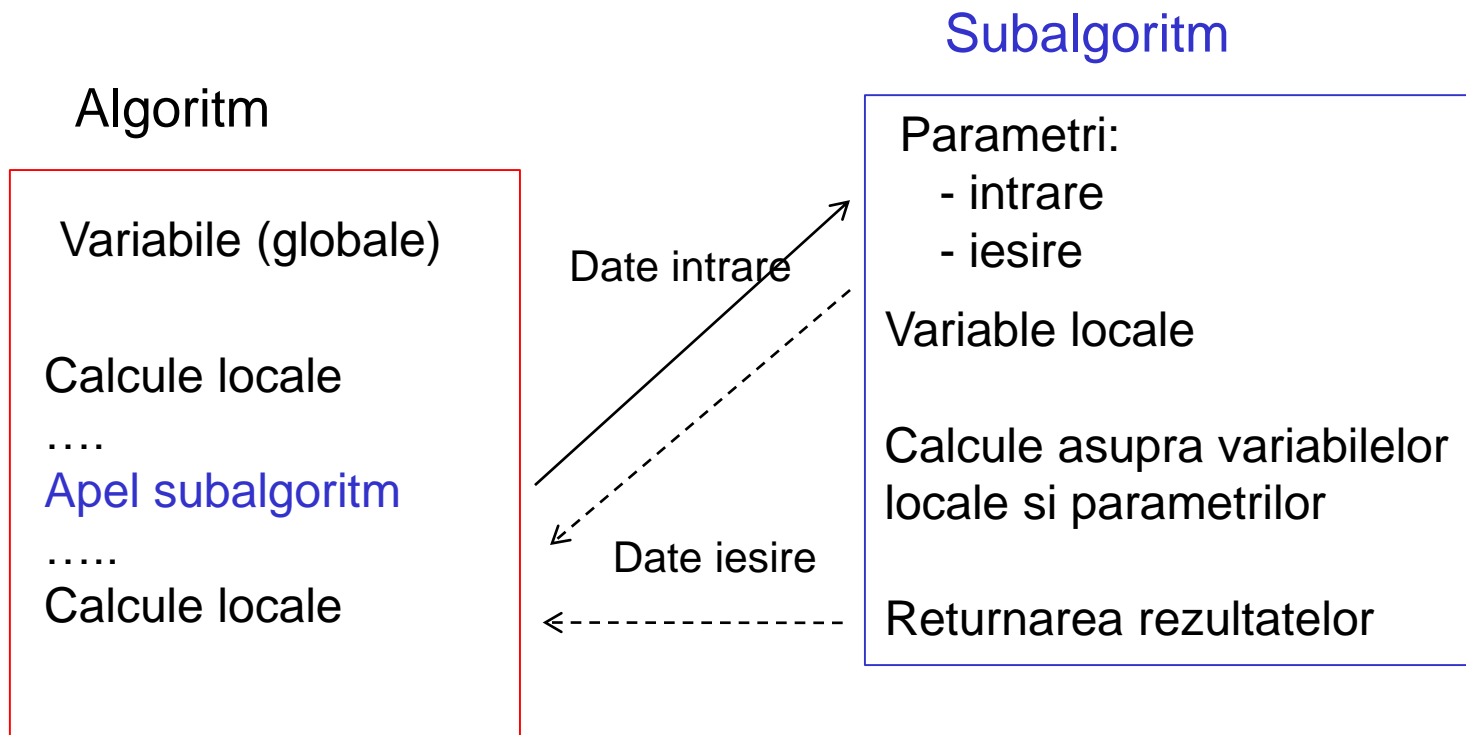
Idei de bază:

- Problema inițială se descompune în **subprobleme**
- Pentru fiecare subproblemă se proiectează un algoritm (numit **subalgoritm** sau **modul** sau **funcție** sau **procedură**)
- Prelucrările din cadrul subalgoritmului se aplică unor date generice (numite **parametri**) și eventual unor date ajutătoare (numite **variabile locale**)
- Prelucrările specificate în cadrul subalgoritmului sunt executate în momentul **apelului** acestuia (când parametrii generici sunt înlocuiți cu valori concrete)
- Efectul unui subalgoritm constă în :
 - **Returnarea** unuia sau a mai multor rezultate
 - Modificarea valorilor unor parametri (sau a unor variabile globale)

Utilizarea subalgoritmilor

Mecanismul de comunicare intre algoritm si subalgoritmi:

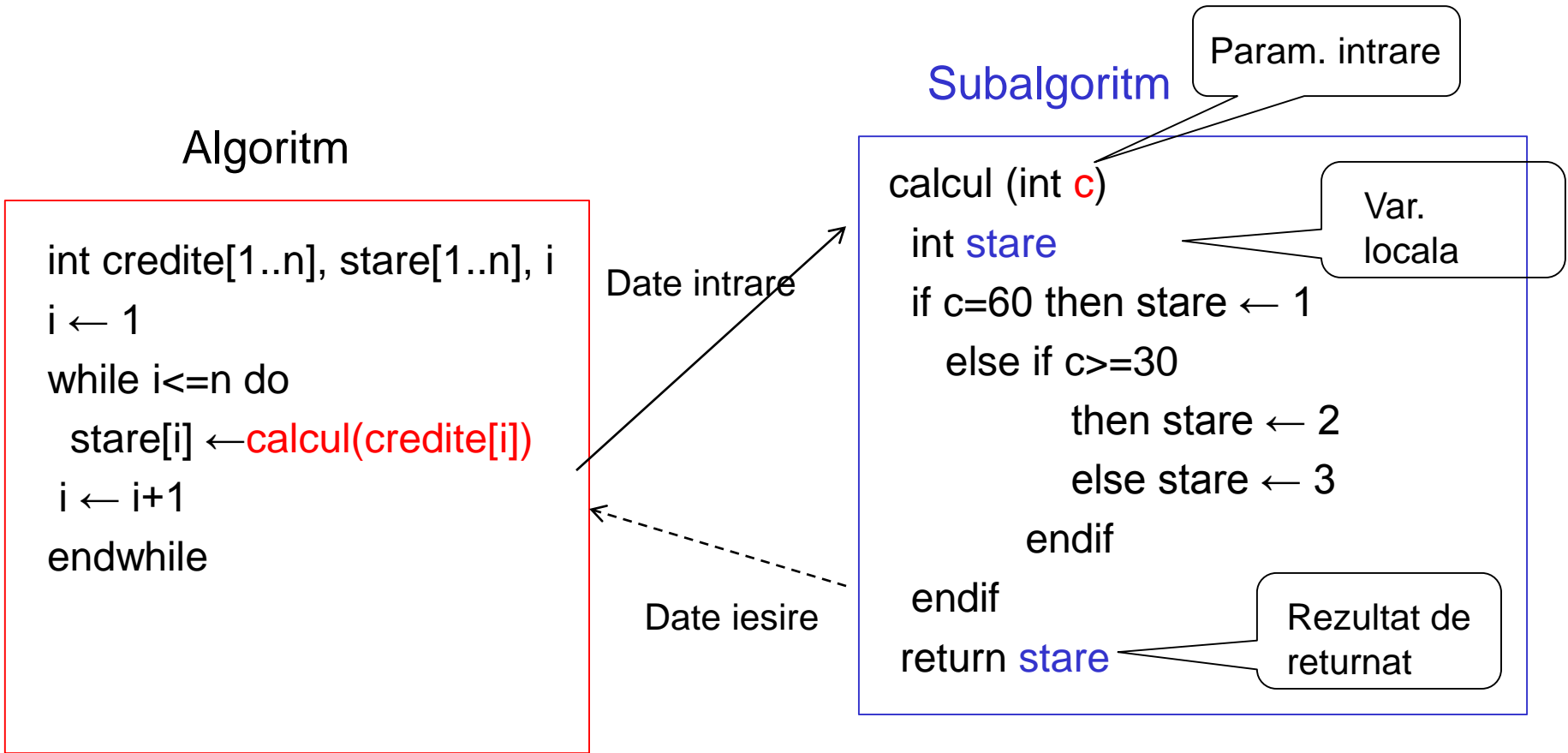
- parametri și valori returnate



Utilizarea subalgoritmilor

Mecanismul de comunicare intre algoritm si subalgoritmi:

- parametri si valori returnate



Utilizarea subalgoritmilor

- Structura unui subalgoritm:

```
<nume subalgoritm> (<parametri formali (generici)>)  
  < declarații ale variabilelor locale >  
  < prelucrări >  
  RETURN <rezultate>
```

- Apelul unui subalgoritm:

```
<nume subalgoritm> (<parametri efectivi>)
```

Înapoi la Exemplul 1

Pseudocod:

```
int credite[1..n], stare[1..n], i
i ← 1
while i ≤ n do
    stare[i] ← calcul(credite[i])
    i ← i+1
endwhile
```

Alta variantă:

```
int credite[1..n], stare[1..n], i
for i ← 1, n do
    stare[i] ← calcul(credite[i])
endfor
```

Subalgoritm (functie) :

```
calcul (int c)
int stare
if c=60 then stare ← 1
    else if c ≥ 30 then stare ← 2
        else stare ← 3
    endif
endif
return stare
```


Înapoi la Exemplul 1

Python:

```
credite=[60,60,40,20,60]
n=len(credite)
stare=[0]*n
i=0
while i<n:
    stare[i]=calcul(credite[i])
    i=i+1
print stare
```

Utilizare for in loc de while:

```
for i in range(n):
    stare[i]=calcul(credite[i])
```

Funcție Python:

```
def calcul(c):
    if c==60:
        stare=1
    elif c>=30:
        stare=2
    else:
        stare=3
    return stare
```

Obs: indentarea liniilor este foarte importantă în Python

Înapoi la Exemplul 1

Nr.	Nume	Note			Credite	Stare	Medie
1	A	8	6	7	60	1	
2	B	10	10	10	60	1	
3	C	-	7	5	40	2	
4	D	6	-	-	20	3	
5	E	8	7	9	60	1	

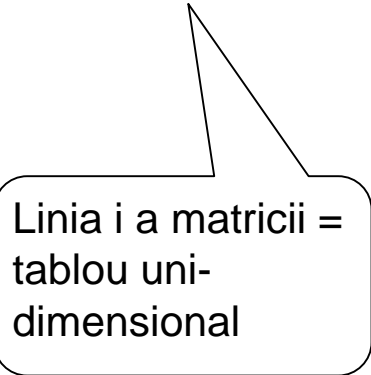
Calcul medie: pentru studenții având **starea=1** trebuie calculată media aritmetică a notelor

Notele studentului **i** se află pe linia **i** a matricii **note** (se pot specifica prin **note[i,1..m]**)

Înapoi la Exemplul 1

Calculul mediei

```
int note[1..n,1..m], stare[1..n]
real medie[1..n]
...
for i ← 1,n do
  if stare[i]=1
    medie[i] ← calculMedie(note[i,1..m])
  endif
endfor
```



Linia i a matricii =
tablou uni-
dimensional

Funcție pt calcul medie

```
calculMedie(int v[1..m])
real suma
int i
suma ← 0
for i ← 1,m do
  suma ← suma+v[i]
endfor
suma ← suma/m
return suma
```

Înapoi la Exemplul 1

Calculul mediei (exemplu Python)

```
note=[[8,6,7],[10,10,10],[0,7,5],[6,0,0],[8,7,9]]
stare=[1,1,2,3,1]
medie=[0]*5
for i in range(5):
    if stare[i]==1:
        medie[i]=calculMedie(note[i])
print medie
```

Obs: range(5) = [0,1,2,3,4]

In Python indicii tablourilor încep de la 0

Funcție pt. calculul mediei (Python)

```
def calculMedie(note):
    m=len(note)
    suma=0
    for i in range(m):
        suma = suma+note[i]
    suma=suma/m
    return suma
```

Pauză ... de ciocolată

Am o tabletă de ciocolată pe care doresc să o rup în bucățele (în cazul unei tablete 4x6 sunt 24 astfel de bucățele). Care este numărul de mișcări de rupere necesare pentru a separa cele 24 de bucățele ? (la fiecare mișcare pot rupe o bucată în alte două bucăți – doar de-a lungul uneia din liniile separatoare ale tabletei)



Pauză ... de ciocolată

Am o tabletă de ciocolată pe care doresc să o rup în bucățele (în cazul unei tablete 4x6 sunt 24 astfel de bucățele). Care este numărul de mișcări de rupere necesare pentru a separa cele 24 de bucățele ? (la fiecare mișcare pot rupe o bucată în alte două bucăți – doar de-a lungul uneia din liniile separatoare ale tabletei)

Răspuns: 23 (în cazul unei tablete de $m \times n$ numărul de mișcări este $mxn-1$)

Cum putem demonstra ?



Pauză ... de ciocolată

Prin inducție matematică (pentru o tabletă cu $N=n \times m$ bucățele)

Caz particular: bucata întreagă (1) nu necesită nici o rupere (0)

Ipoteză: Presupunem că pentru orice $K < N$ sunt necesare și suficiente $K-1$ mișcări.

Pentru a obține N bucăți se procedează astfel:

- Se rupe tableta în două bucăți (cu $K_1 < N$ respectiv $K_2 < N$ bucățele, $K_1 + K_2 = N$) – o mișcare
- Se rupe fiecare dintre cele două bucăți în bucățele ($K_1 - 1 + K_2 - 1 = K_1 + K_2 - 2$ mișcări)
- **Total:** $K_1 + K_2 - 2 + 1 = K_1 + K_2 - 1 = N - 1$ mișcări



Exemplu 2 – cel mai mare divizor comun

Problema: Fie a și b două numere reale. Să se determine cel mai mare divizor al lui a și b : $\text{cmmdc}(a,b)$

Metoda lui Euclid (variante bazată pe împărțiri):

- Se calculează restul r al împărțirii lui a (deîmpărțit) la b (împărțitor)
- Inlocuiește
 - valoarea deîmpărțitului (a) cu valoarea împărțitorului (b),
 - valoarea împărțitorului (b) cu valoarea restului r și calculează din nou restul împărțirii lui a la b
- Procesul continuă până se obține un rest egal cu 0
- Restul anterior (care este evident diferit de 0) va fi $\text{cmmdc}(a,b)$.

Exemplu 2 – cel mai mare divizor comun

Cum funcționează metoda?

$$1: a = bq_1 + r_1, 0 \leq r_1 < b$$

$$2: b = r_1q_2 + r_2, 0 \leq r_2 < r_1$$

$$3: r_1 = r_2q_3 + r_3, 0 \leq r_3 < r_2$$

...

$$i: r_{i-2} = r_{i-1}q_i + r_i, 0 \leq r_i < r_{i-1}$$

...

$$n-1: r_{n-3} = r_{n-2}q_{n-1} + r_{n-1}, 0 \leq r_{n-1} < r_{n-2}$$

$$n: r_{n-2} = r_{n-1}q_n, r_n = 0$$

Observații:

- la fiecare pas de împărțit ia valoarea vechiului împărțitor iar noul împărțitor ia valoarea vechiului rest

- secvența de resturi este un șir strict descrescător de numere naturale, astfel că există o valoare n astfel încât $r_n = 0$ (metoda este finită)

- utilizând aceste relații se poate demonstra ca r_{n-1} este într-adevar $\text{cmmdc}(a,b)$

Exemplu 2 – cel mai mare divizor comun

Cum funcționează metoda?

1: $a = bq_1 + r_1, 0 \leq r_1 < b$

2: $b = r_1q_2 + r_2, 0 \leq r_2 < r_1$

3: $r_1 = r_2q_3 + r_3, 0 \leq r_3 < r_2$

...

i: $r_{i-2} = r_{i-1}q_i + r_i, 0 \leq r_i < r_{i-1}$

...

n-1: $r_{n-3} = r_{n-2}q_{n-1} + r_{n-1}, 0 \leq r_{n-1} < r_{n-2}$

n: $r_{n-2} = r_{n-1}q_n, r_n = 0$

Demonstratie:

- din ultima relație rezultă că r_{n-1} divide pe r_{n-2} , din penultima relație rezultă că r_{n-1} divide pe r_{n-3} s.a.m.d.
- rezultă astfel că r_{n-1} divide atât pe a cât și pe b (deci este divizor comun)
- pt a arăta că r_{n-1} este cmmdc considerăm că d este un alt divizor comun pentru a și b; din prima relație rezultă că d divide r_1 ; din a doua rezultă că divide pe r_2 s.a.m.d.
- din penultima relație rezultă că d divide pe r_{n-1}

Deci orice alt divizor comun îl divide pe $r_{n-1} \Rightarrow r_{n-1}$ este cmmdc

Exemplu 2 – cel mai mare divizor comun

Algoritm
(varianta WHILE):

```
cmmdc(int a,b)
int d,i,r
d ← a
i ← b
r ← d MOD i
while r!=0 do
    d ← i
    i ← r
    r ← d MOD i
endwhile
return i
```

Algoritm :
(varianta REPEAT)

```
cmmdc(int a,b)
int d,i,r
d ← a
i ← b
repeat
    r ← d MOD i
    d ← i
    i ← r
until r=0
return d
```

Exemplu 2 – cmmdc al unei secvențe de valori

- **Problema:** să se determine cmmdc al unei secvențe de numere naturale nenule
- **Exemplu:**
 $\text{cmmdc}(12,8,10)=\text{cmmdc}(\text{cmmdc}(12,8),10)=\text{cmmdc}(4,10)=2$
- **Date de intrare:** secvența de valori (a_1, a_2, \dots, a_n)
- **Date de ieșire (rezultat):** $\text{cmmdc}(a_1, a_2, \dots, a_n)$
- **Idee:**
Se calculează cmmdc al primelor două elemente, după care se calculează cmmdc pentru rezultatul anterior și noua valoare ...

... e natural să se utilizeze un subalgoritm care calculează cmmdc

Exemplu 2 – cmmdc al unei secvențe de valori

- Structura algoritmului:

```
cmmdcSecventa(int a[1..n])
int d,i
d ← cmmdc(a[1],a[2])
for i ← 3,n do
    d ← cmmdc(d,a[i])
endfor
return d
```

```
cmmdc (int a,b)
int d,i,r
d ← a
i ← b
r ← d MOD i
while r!=0 do
    d ← i
    i ← r
    r ← d MOD i
endwhile
return i
```

Exemplu 3: problema succesorului

Se consideră un număr constituit din 10 cifre distincte. Să se determine elementul următor din secvența crescătoare a numerelor naturale constituite din 10 cifre distincte.

Exemplu: $x = 6309487521$

Data de intrare: tablou unidimensional cu 10 elemente ce conține cifrele numărului: $[6,3,0,9,4,8,7,5,2,1]$

Care este următorul număr (în ordine crescătoare) ce conține 10 cifre distincte?

Răspuns:

6309512478

Exemplu 3: problema succesorului

Pas 1. Determină cel mai mare indice i având proprietatea că $x[i-1] < x[i]$ (se consideră că prima cifră, adică 6, are indicele 1)

Exemplu: $x = 6309487521$ $i = 6$

Pas 2. Determină cel mai mic $x[k]$ din subtabloul $x[i..n]$ care este mai mare decât $x[i-1]$

Exemplu: $x = 6309487521$ $k = 8$

Pas 3. Interschimbă $x[k]$ cu $x[i-1]$

Exemplu: $x = 6309587421$ (această valoare este mai mare decât cea anterioară)

Pas 4. Sortează $x[i..n]$ crescător (pentru a obține cel mai mic număr care satisface cerințele)

Exemplu: $x = 6309512478$ (este suficient să se inverseze ordinea elementelor din $x[i..n]$)

Exemplu 3: problema succesivului

Subprobleme / subalgoritmi:

Identifica: Identifică poziția i a celui mai din dreapta element $x[i]$, care este mai mare decât vecinul său stâng ($x[i-1]$)

Input: $x[1..n]$

Output: i

Minim: determină indicele celui mai mic element din subtabloul $x[i..n]$ care este mai mare decât $x[i-1]$

Input: $x[i-1..n]$

Output: k

Inversare: inversează ordinea elementelor din $x[i..n]$

Input: $x[i..n]$

Output: $x[i..n]$

Exemplu 3: problema succesului

Structura generala a algoritmului:

```
Succesor(int x[1..n])
int i, k
i ← Identifica(x[1..n])
if i=1 then write "nu exista succesor !"
else
  k ← Minim(x[i-1..n])
  x[i-1] ↔ x[k]
  x[i..n] ← Inversare(x[i..n])
  write x[1..n]
endif
```

Observație: In general interschimbarea valorilor a două variabile necesită 3 atribuiri și utilizarea unei variabile auxiliare (la fel cum schimbarea conținutului lichid a două pahare necesită utilizarea unui alt pahar)

$a \leftrightarrow b$

este echivalent cu

$aux \leftarrow a$

$a \leftarrow b$

$b \leftarrow aux$

Exemplu 3: problema succesoriului

```
Identifica(int x[1..n])  
int i  
i ← n  
while (i>1) and (x[i]<x[i-1]) do  
    i ← i-1  
endwhile  
return i
```

```
Minim(int x[i-1..n])  
int j  
k ← i  
for j ← i+1,n do  
    if x[j]<x[k] and x[j]>x[i-1] then  
        k ← j  
    endif  
endfor  
return k
```

Exemplu 3: problema succesivului

```
inversare (int x[left..right])  
  int i,j  
  i ← left  
  j ← right  
  while i<j DO  
    x[i]↔x[j]  
    i ← i+1  
    j ← j-1  
  endwhile  
  return x[left..right]
```

Exemplu 3: implementare Python

```
def identifica(x):
    n=len(x)
    i=n-1
    while (i>0) and (x[i-1]>x[i]):
        i=i-1
    return i

def minim(x,i):
    n=len(x)
    k=i
    for j in range(i+1,n):
        if (x[j]<x[k]) and (x[j]>x[i-1]):
            k=j
    return k
```

```
def inversare(x,left,right):
    i=left
    j=right
    while i<j:
        x[i],x[j]=x[j],x[i]
        i=i+1
        j=j-1
    return x
```

Obs. In Python interschimbarea a două variable a și b poate fi realizată prin

$$a, b = b, a$$

Exemplu 3: implementare Python

```
# apelul functiilor definite anterior
x=[6,3,0,9,4,8,7,5,2,1]
print "secventa cifrelor din numarul initial:",x

i=identifica(x)
print "i=",i

k=minim(x,i)
print "k=",k
x[i-1],x[k]=x[k],x[i-1]

print "secventa dupa interschimbare:",x
x=inversare(x,i,len(x)-1)
print "secventa dupa inversare:",x
```

Sumar

- Problemele se descompun in subprobleme cărora li se asociază subalgoritmi
- Un **subalgoritm** este caracterizat prin:
 - Nume
 - Parametri
 - Valori returnate
 - Variabile locale
 - Prelucrări
- **Apelul unui subalgoritm**:
 - Parametrii sunt înlocuiți cu valori concrete
 - Prelucrările din algoritm sunt executate

Cursul următor...

- Cum se poate verifica corectitudinea algoritmilor
- Introducere in verificarea formală a corectitudinii algoritmilor

Intrebare de final

```
x = 4
y = 6
while y>0 do
  x = x+1
  y = y-1
endwhile
```

Variante de răspuns:

- a) 5
- b) 4
- c) 6
- d) 10
- e) 2

Ce valoare va avea variabila
x după execuția
algoritmului de mai sus ?

<https://goo.gl/forms/4DXHWHYypnvazF0R2>