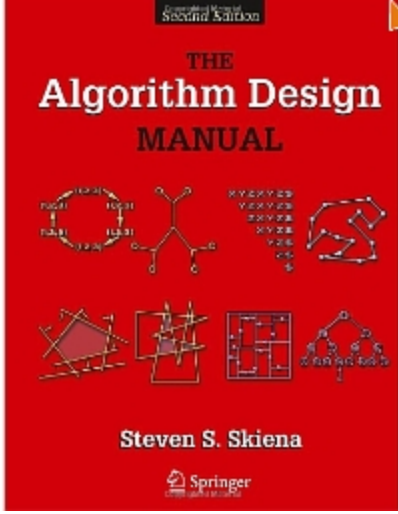
CURS 8:

Structuri liniare de date (II)

Motivatie



S. Skiena – The Algorithm Design Manual

http://sist.sysu.edu.cn/~isslxm/DSA/textbook/Skiena.-.TheAlgorithmDesignManual.pdf

Interview Problems

3-27. *[5]* Determine whether a linked list contains a loop as quickly as possible without using any extra storage. Also, identify the location of the loop.

Se consideră două polinoame (fiecare cu câte 3 termeni) :

$P[X]=3X^{100}-2X^2+1$

$Q[X]=2X^{50}+X^2-3X$

și se doreste calculul sumei $S[X]=P[X]+Q[X]$

Propuneți o variantă de reprezentare eficientă atât în ce privește spațiul de memorie cât și volumul de calcul

Reminder: tipuri abstracte de date

Tip abstract de date = set de date asupra căruia se pot efectua operații specifice

Nivel: utilizare

Exemple: lista (list), stiva (stack), coada (queue), movila (heap), dicționar (dictionary), tabel de dispersie (hash table), arbori de căutare

Reprezentare abstractă = modalitate de organizare a elementelor setului de date care permite efectuarea eficientă a operațiilor specifice

Nivel: proiectare

Exemple: structură liniară, structură arborescentă

Implementare = specificarea structurii de date folosind tipuri de date și construcții specifice unui limbaj de programare

Nivel: implementare

Exemple: tablouri (arrays), liste înlănțuite (linked lists)

Reminder: structuri liniare

Operații specifice listelor: **interogare = căutarea unui element**

Implementare: utilizând tablouri

- După poziție
  - Elementul aflat pe o anumită poziție ($\Theta(1)$)
  - Elementul următor/ anterior unui element specificat (element curent) ($\Theta(1)$)

- După valoare
  - Elementul care conține o valoare specificată ($O(n)$)
  - Elementul care conține cea mai mică/ mare valoare ($\Theta(n)$)

Reminder: structuri liniare

Operații specifice listelor: **modificare**

Implementare: utilizând tablouri

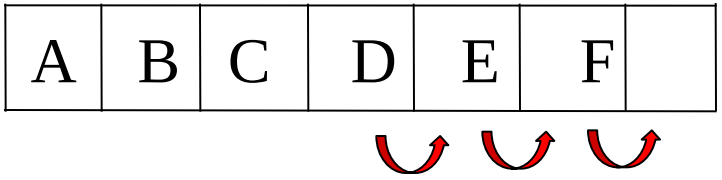
- Inserarea unui element
  - La început ($\Theta(n)$)
  - La sfârșit ($\Theta(1)$)
  - Pe o poziție specificată relativ la alte elemente (înainte sau după un element dat) ($O(n)$)

- Eliminarea (ștergerea) unui element
  - De la început ($\Theta(n)$)
  - De la sfârșit ($\Theta(1)$)
  - De pe o poziție specificată relativ la alte elemente (înainte sau după un element dat) ($O(n)$)

Reminder: structuri liniare

Exemplu: inserarea lui X după C

Zona contiguă (tablou)



Cost: O(n) transferuri
Obs. caz defavorabil: inserare la început

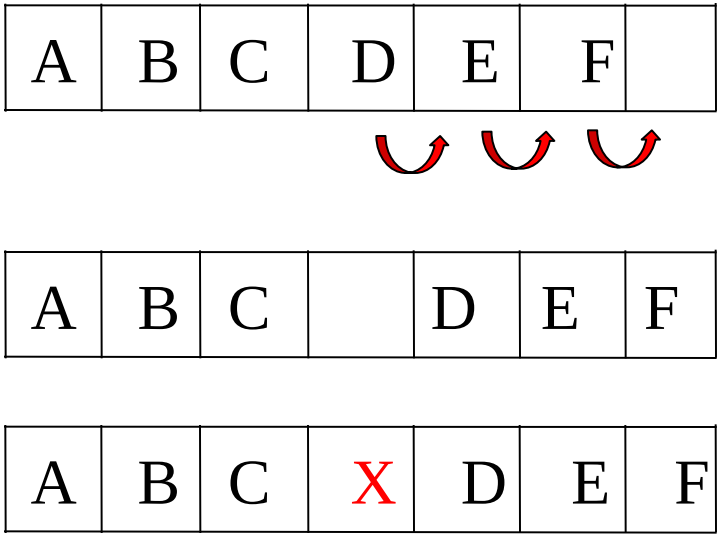
Ce se întâmplă dacă se dorește adăugarea unui element nou la lista și spațiul alocat inițial a fost utilizat în întregime?

- Se alocă altă zonă de dimensiune mai mare (de exemplu dublul dimensiunii curente a tabloului) unde sunt transferate elementele liste
- E abordarea specifică tablourilor dinamice
- Cost total extindere: $\Theta(n)$ (transferul celor n elemente)
- Cost extindere/element: $\Theta(1)$ (analiza amortizată)

Reminder: structuri liniare

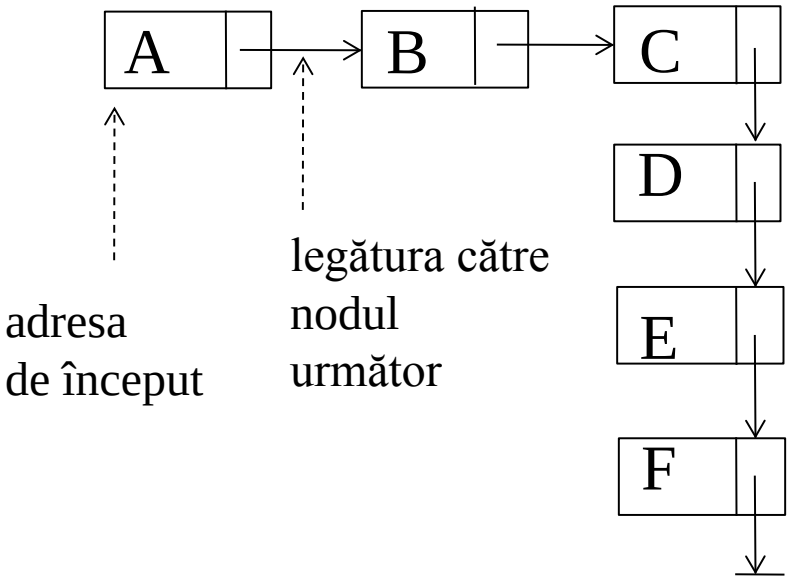
Exemplu: inserarea lui X după C

Zona contiguă (tablou)



Cost: O(n) transferuri
Obs. caz defavorabil: inserare la început

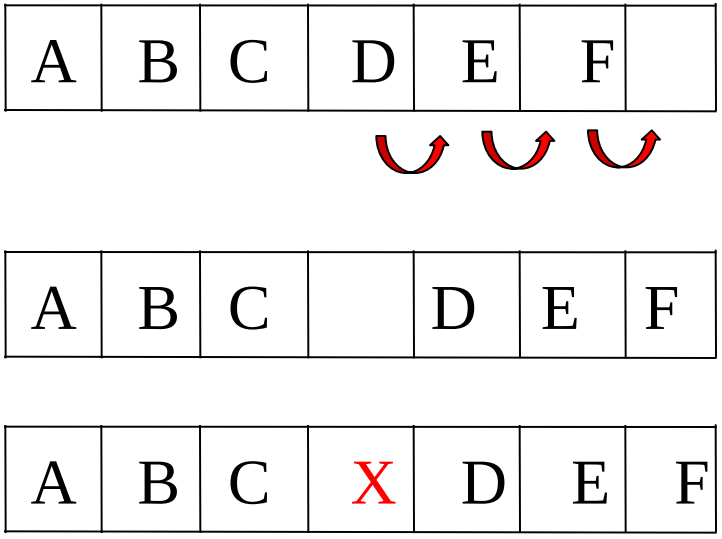
Altă variantă de implementare:
structură înlănțuită - relația „succesor direct” este implementată prin legături (referințe) între noduri



Reminder: lista

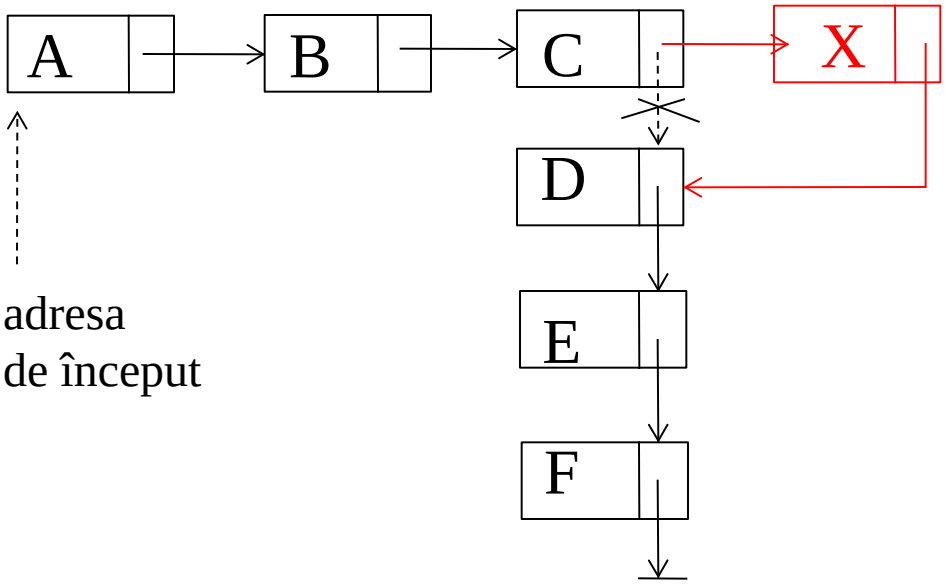
Exemplu: inserarea lui X după C

Zona contiguă (tablou)



Cost: O(n) transferuri
Obs. caz defavorabil: inserare la început

Structură înlănțuită (relația „succesor direct” este implementată prin legături (referințe) între noduri) permite o implementare mai eficientă

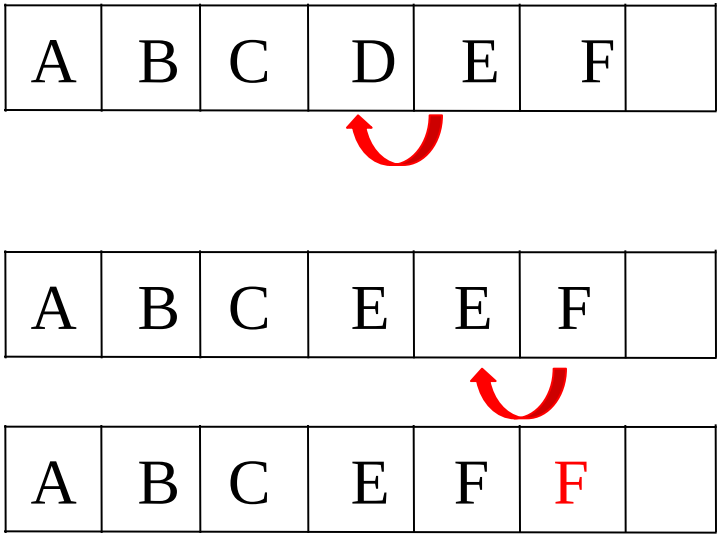


Cost: Θ (1) indiferent de poziția de inserare (crearea unui nod și modificarea unei referințe)

Reminder: lista

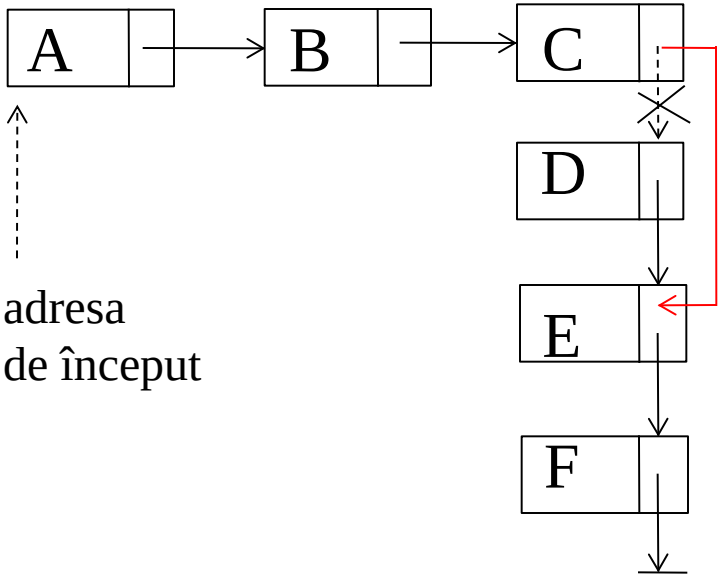
Exemplu: eliminarea lui D

Zona contiguă (tablou)



Cost: O(n) transferuri
Obs. caz defavorabil: eliminarea primului element

Structură înlănțuită (relația „succesor direct” este implementată prin legături (referințe) între noduri) permite o implementare mai eficientă



Cost: Θ (1) - indiferent de poziția nodului după care se șterge (modificarea unei referințe)

Reprezentarea structurilor înlănțuite

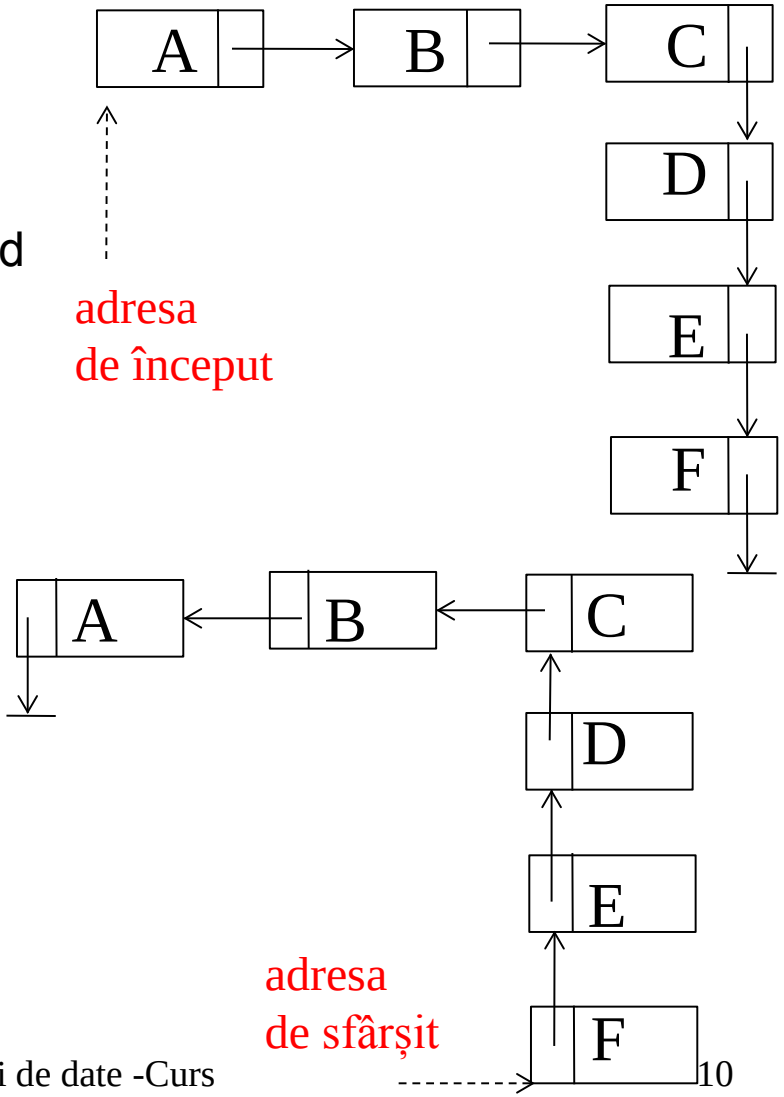
Ce ar trebui să cunoaștem ca să putem parcurge o structură înlănțuită?

Adresa de început – în ipoteza că fiecare nod conține referința către următorul nod

- Listă simplu înlănțuită care permite parcurgerea elementelor de la primul la ultimul

Adresa de sfârșit – în ipoteza că fiecare nod conține referința către nodul anterior

- Listă simplu înlănțuită care permite parcurgerea elementelor de la ultimul element la primul



Reprezentarea structurilor înlănțuite

Ce ar trebui să cunoaștem ca să putem parcurge o structură înlănțuită?

Adresa de început – în ipoteza că fiecare nod conține referința către următorul nod

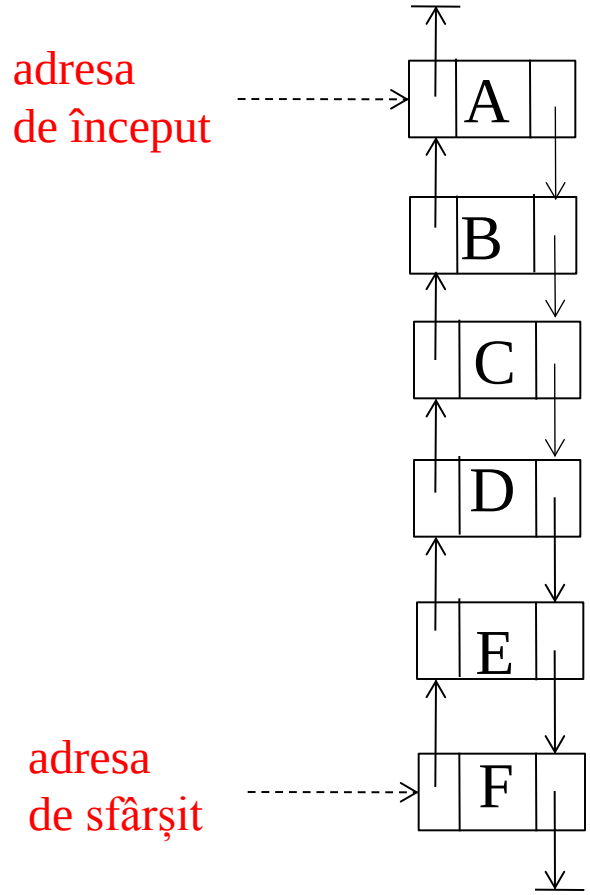
- Listă simplu înlănțuită care permite parcurgerea elementelor de la primul la ultimul

Adresa de sfârșit – în ipoteza că fiecare nod conține referința către nodul anterior

- Listă simplu înlănțuită care permite parcurgerea elementelor de la ultimul element la primul

Ambele adrese + referințe în fiecare nod către nodul anterior și către nodul urmator

- Lista dublu înlănțuită care permite parcurgerea în ambele sensuri



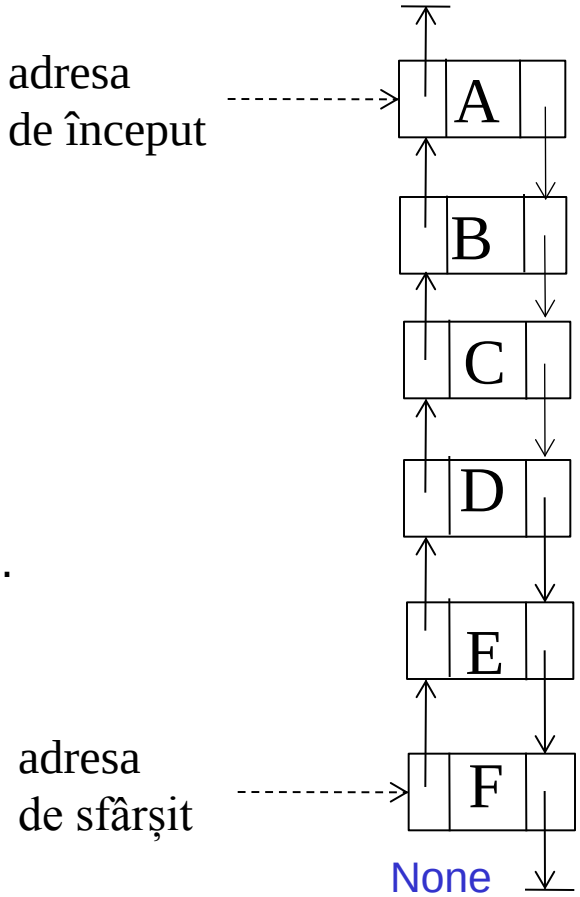
Implementarea structurilor înlănțuite

Obs. lista L este constituită din noduri cu aceeași structură:

•Informația utilă (valorile stocate în listă)

•Referințe către:

- Nodul anterior
- Nodul următor



Fiecare nod este identificat prin referința către el (ref).

Exemplu descriere în pseudocod:

ref.info (informația utilă din nodul referit prin ref)

ref.ant (referința către nodul anterior)

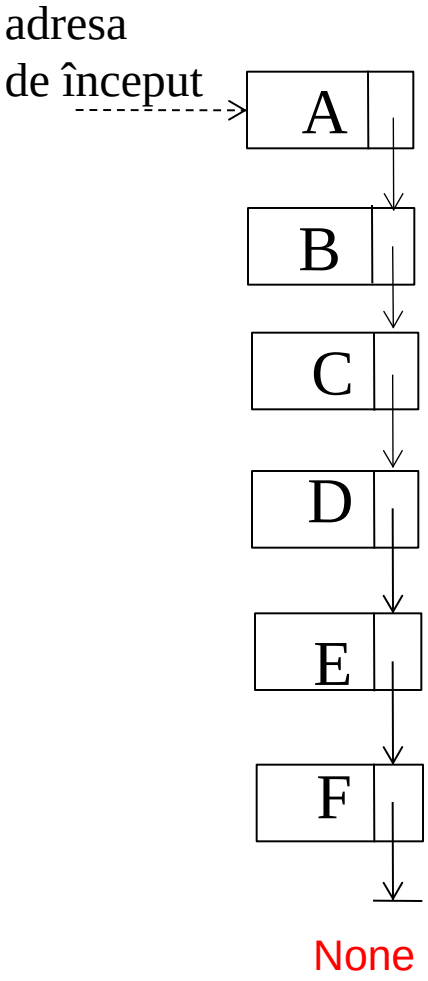
ref.urm (referința către nodul următor)

Pentru specificarea unei liste simplu înlănțuite este suficientă referința către primul element (L.inceput)

Obs: None reprezintă referința vidă
(nu există nod către care să facă referire)

Operații cu liste simplu înlănțuite

Determinarea nodului care conține o anumită informație

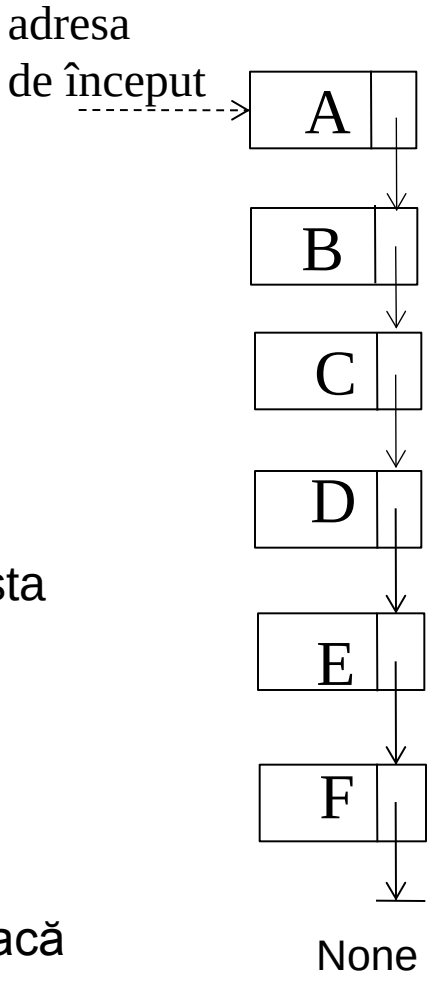



```
caut(L,x)   // inceput = referință către primul element din listă
  ref←L.inceput
  while (ref!=None) and (ref.info!=x) do
        ref ← ref.urm  // trecerea la urmatorul element din lista
  endwhile
  return ref
```

Cost: O (n) (n e numărul de elemente din listă)

Operații cu liste simplu înlănțuite

Determinarea nodului corespunzător unei poziții
(al k-lea nod din listă)

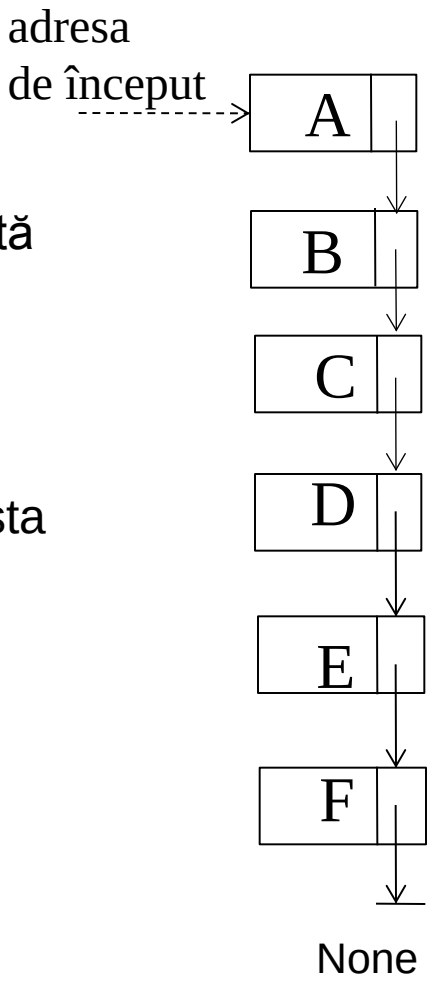



```
caut(L,k)   // inceput = referință către primul element din listă
  ref←L.inceput
  i ← 1
  while (ref!=None) and (i<k) do
        ref ← ref.urm       // trecerea la urmatorul element din lista
        i ←i+1
  endwhile
  return ref
```

Cost: O(k) (Obs: căutarea se poate termina mai repede dacă lista nu are k elemente)

Operații cu liste simplu înlănțuite

Parcurgerea unei liste




```
parcurg(L)   // inceput = referință către primul element din listă
  ref←L.inceput
  while (ref!=None)
        < prelucrare element specificat prin ref >
        ref ← ref.urm       // trecerea la urmatorul element din lista
  endwhile
```

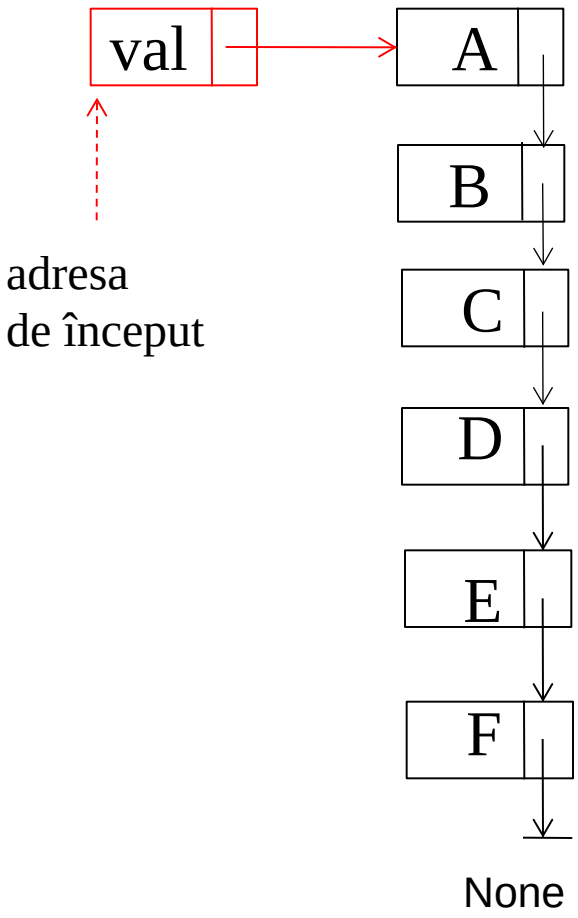
Cost: $\Theta(n)$ (n e numărul de elemente din listă)

Operații cu liste simplu înlănțuite

Adăugare la începutul listei

```
adaugInceput(L,val)
  ref← <creare nod nou>
  ref.info ← val
  ref.urm ← L.inceput
  L.inceput ← ref
  return L
```

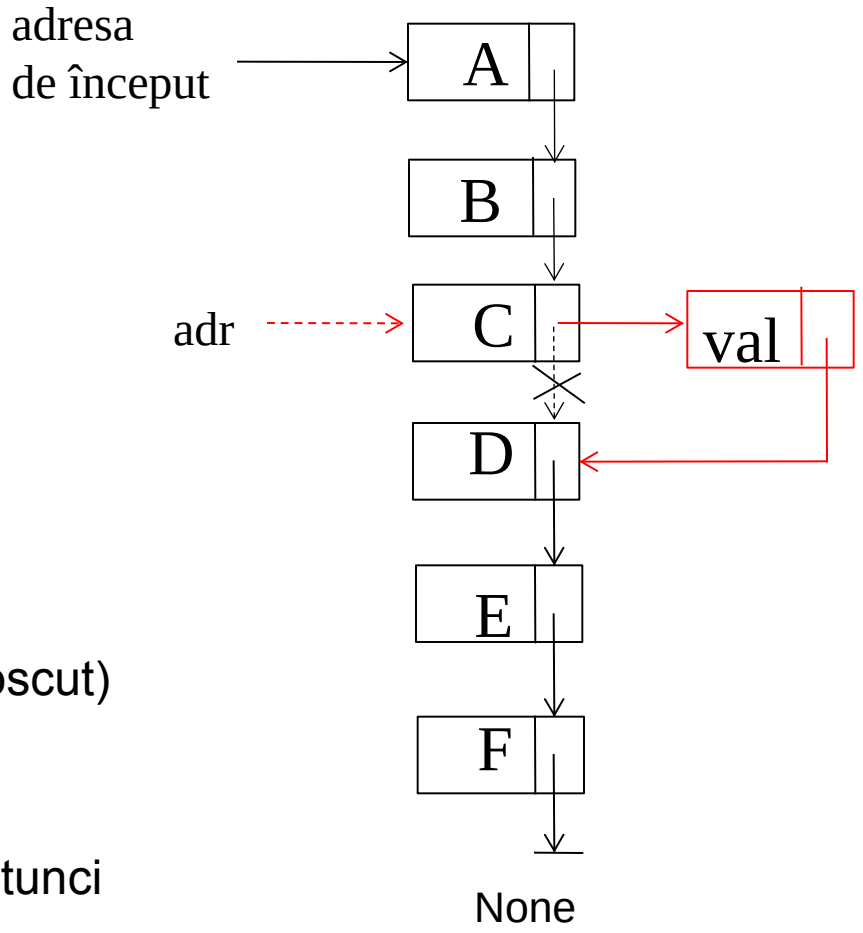
Cost: Θ(1)



Operații cu liste simplu înlănțuite

Inserție după elementul referit prin adr

```
inserareDupa(adr,val)
  ref← <creare nod nou>
  ref.info ← val
  ref.urm ← adr.urm
  adr.urm ← ref
  return L
```



Cost: Θ(1) (cu condiția ca adr să fie cunoscut)

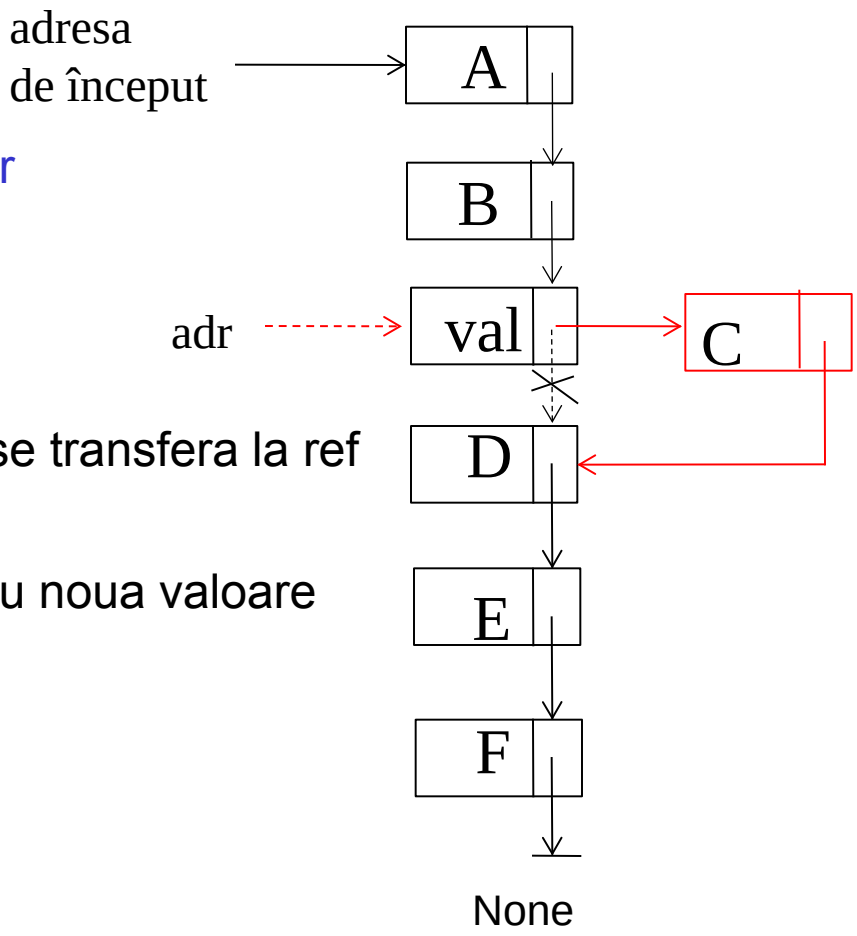
Obs: dacă se dorește inserarea după un element care conține o anumită valoare, atunci trebuie determinată prima dată adresa elementului (O(n))

Operații cu liste simplu înlănțuite

Inserție înaintea elementului referit prin adr

```
inserareInainte(adr,val)
  ref← <creare nod nou>
  ref.info ← adr.info        // nodul de la adr se transfera la ref
  ref.urm ← adr.urm
  adr.urm ← ref       // adr se completeaza cu noua valoare
  adr.info ← val
  return L
```

Cost: Θ(1)



Operații cu liste simplu înlănțuite

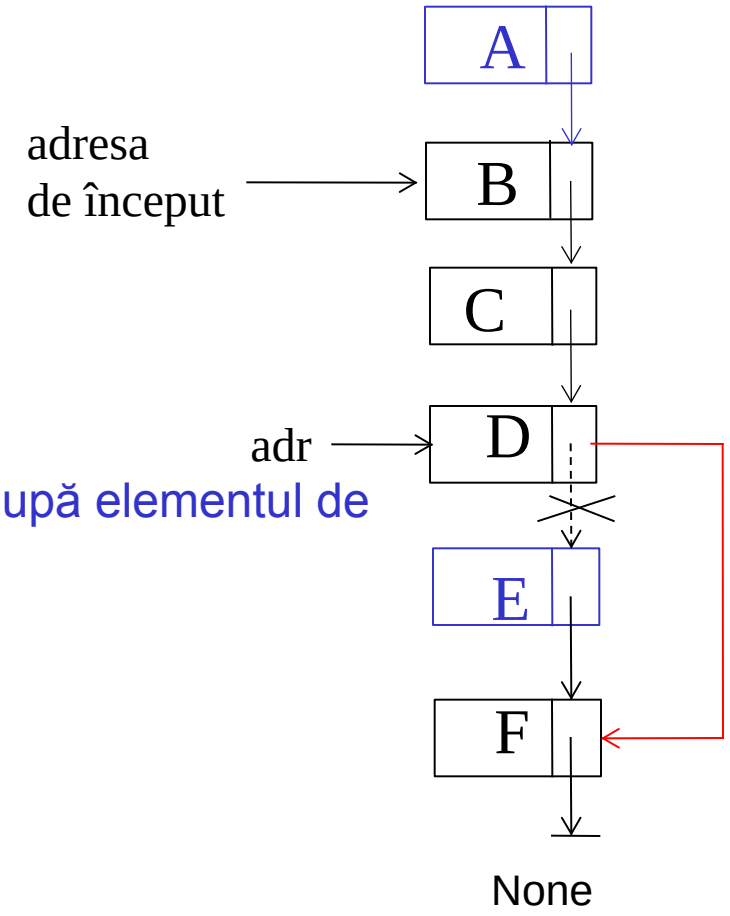
Stergerea (eliminarea) primului element

```
stergeInceput(L)
  L.inceput ← L.inceput.urm
  return L
```

Stergerea (eliminarea) elementului aflat după elementul de la adresa adr

```
stergeDupa(L,adr)
  adr.urm ← adr.urm.urm
  return L
```

Cost: $\Theta(1)$

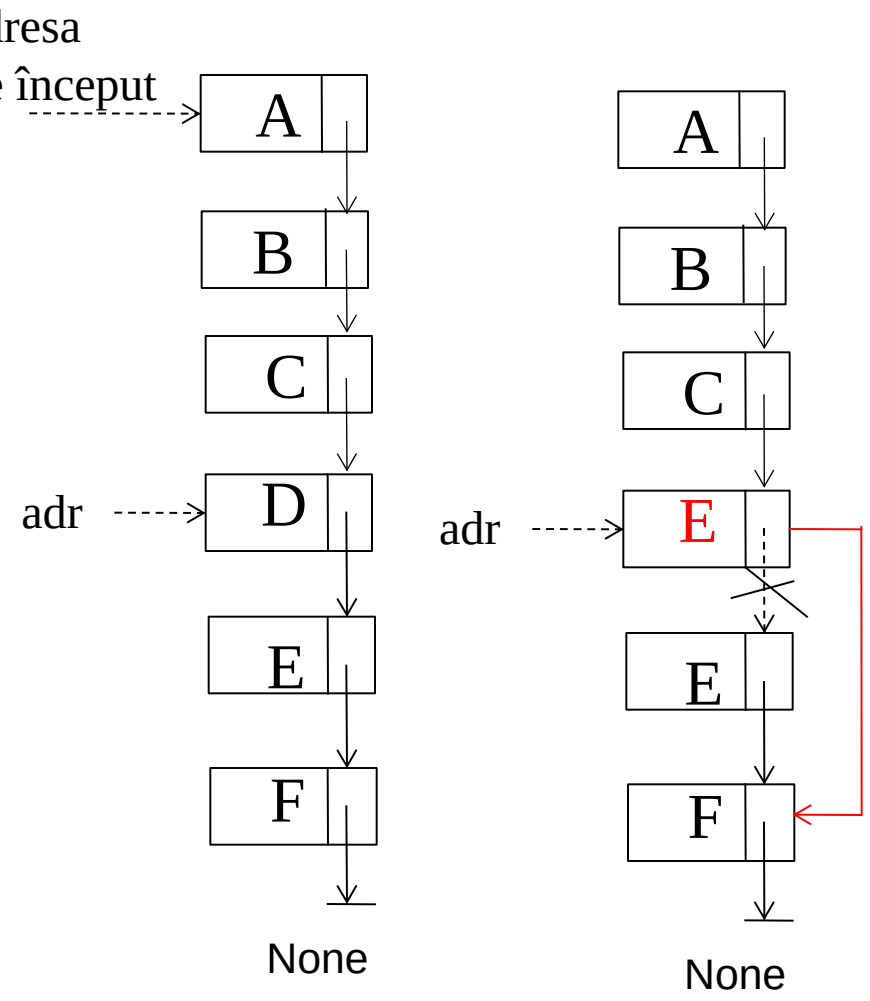


Operații cu liste simplu înlănțuite

Stergerea (eliminarea) elementului de la adresa adr

Sterge(L,adr)
  adr.info ←adr.urm.info
  adr.urm ← adr.urm.urm
  return L

Cost: Θ(1)



Exemplu implementare Python

```
class Nod:
    def __init__(self, val = None, urm = None):
       self.info = val
       self.urm = urm
class Lista:
    def __init__(self):
        self.inceput = None
    def adaugaInceput(self,x):
        if self.inceput==None:
            self.inceput=Nod(x,None)
        else:
            nodNou=Nod(x,self.inceput)
            self.inceput=nodNou
    def stergeInceput(self):
        self.inceput=self.inceput.urm
```

Exemplu implementare Python

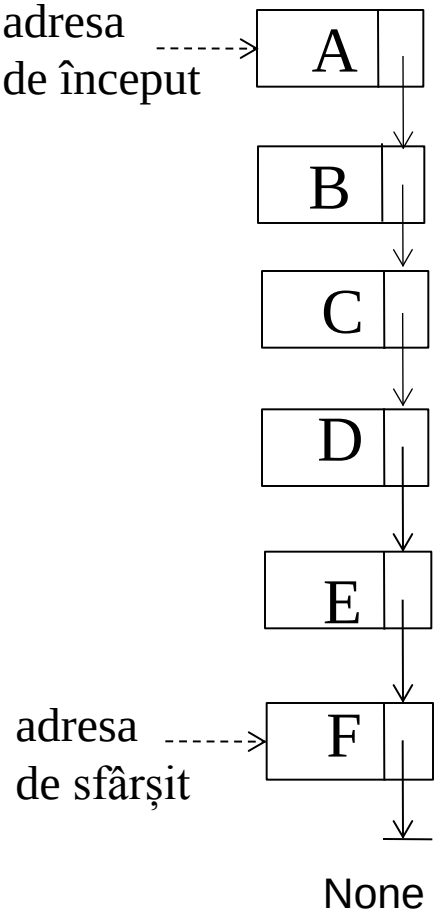
```
def parcurge(self):
     ref=self.inceput
     while (ref!=None):
       print(ref.info)
       ref=ref.urm
```

Crearea unei liste si efectuarea de operatii:

```
L=Lista() # lista vida
L.adaugaInceput(1)
  # lista are elementul 1
L.adaugaInceput(2)
  # lista are elementele 2,1
L.adaugaInceput(3)
  # lista are elementele 3,2,1
L.stergeInceput()
  # lista are elementele 2,1
L.parcurge()
  # afisarea elementelor listei
```

Liste simplu înlănțuite

- Care este costul adăugării după ultimul element într-o listă simplu înlănțuită (dacă se cunoaște doar adresa primului element din listă)?
  - Răspuns: Θ(n)
- Cum putem reduce costul?
  - Răspuns: se reține și adresa ultimului element
- Care este costul ștergerii ultimului element din listă (dacă se cunosc adresele primului și ultimului element din listă)?
  - Răspuns: Θ(n)
- Cum putem reduce costul?
  - Răspuns: se reține și adresa ultimului element și a penultimului => liste dublu înlănțuite



Liste dublu înlănțuite

- fiecare element contine o referință către elementul următor și una către elementul anterior (sunt implementate atât relația de precedență cât și cea de succesiune directă)

- Specificare în pseudocod a unei liste dublu înlănțuite:

  L.inceput

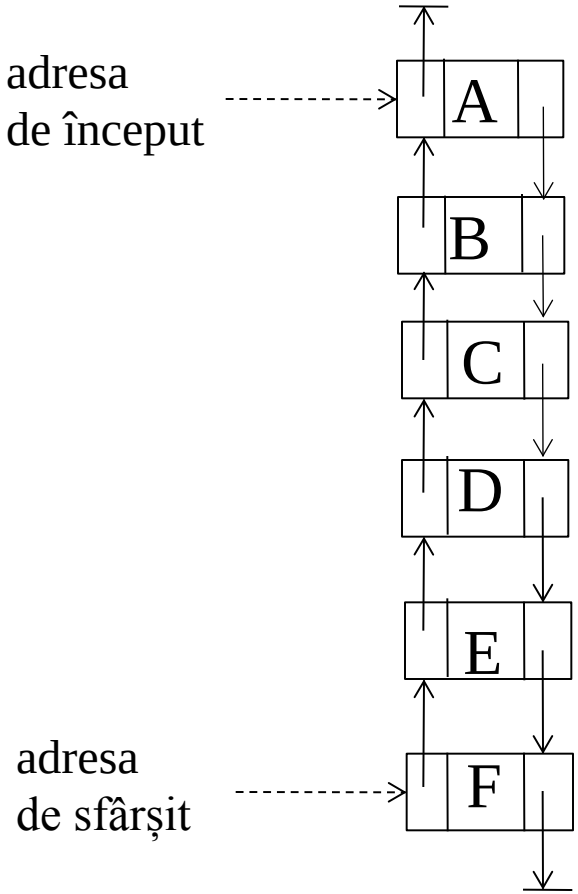
  L.sfarsit

- Specificarea în pseudocod a câmpurilor unui nod din lista dublu înlănțuită (referit prin ref)

  ref.info

  ref.prec

  ref.urm



Operații cu liste dublu înlănțuite

Adăugare la sfârșit

adaugLaSfarsit(L,val)

ref← <creare nod nou>

ref.info ← val

ref.prec ← L.sfarsit

ref.urm ← None

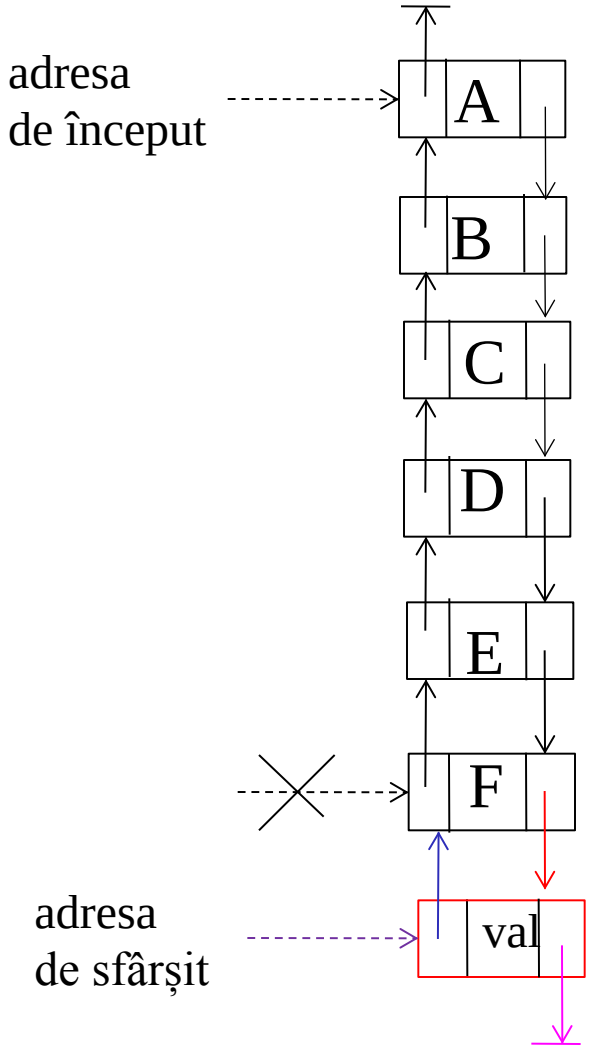
L.sfarsit.urm← ref

L.sfarsit← ref

return L

Cost: Θ(1)

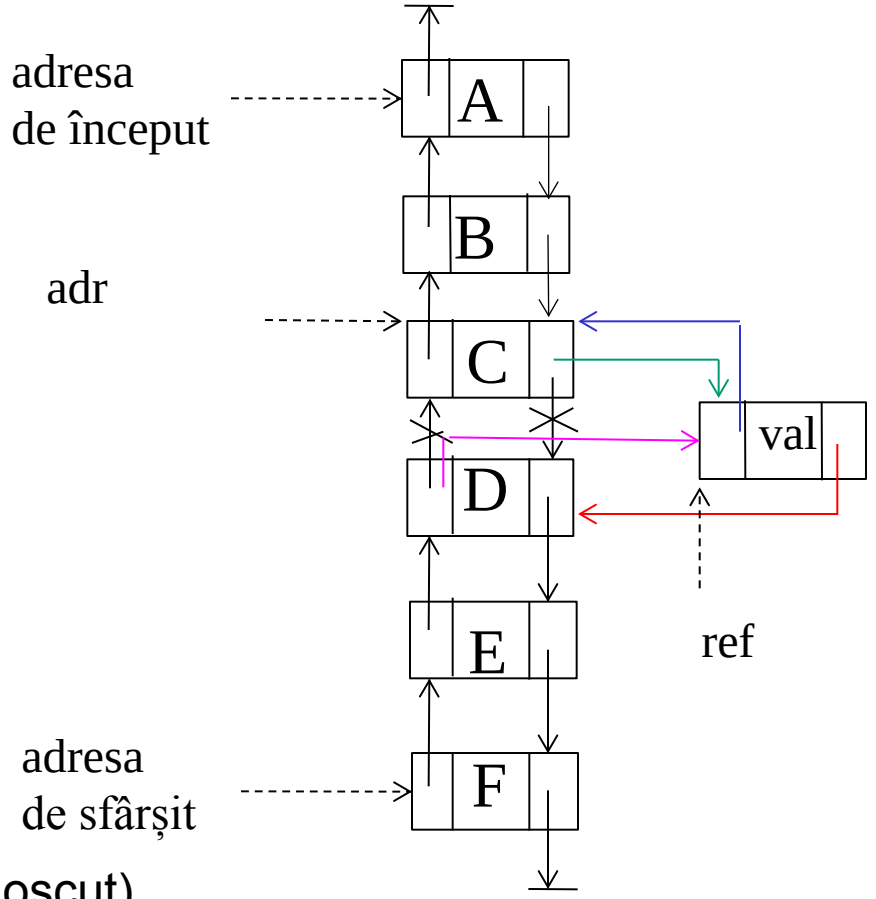
Obs: cazul în care lista este vidă (L.inceput=L.sfarsit=None) trebuie tratat separat



Operații cu liste dublu înlănțuite

Adăugare după un nod specificat prin adresa sa

```
inserareDupa(adr,val)
  ref← <creare nod nou>
  ref.info ← val
  ref.urm ← adr.urm
  ref.prec ← adr
  adr.urm ← ref
  ref.urm.prec ← ref
```



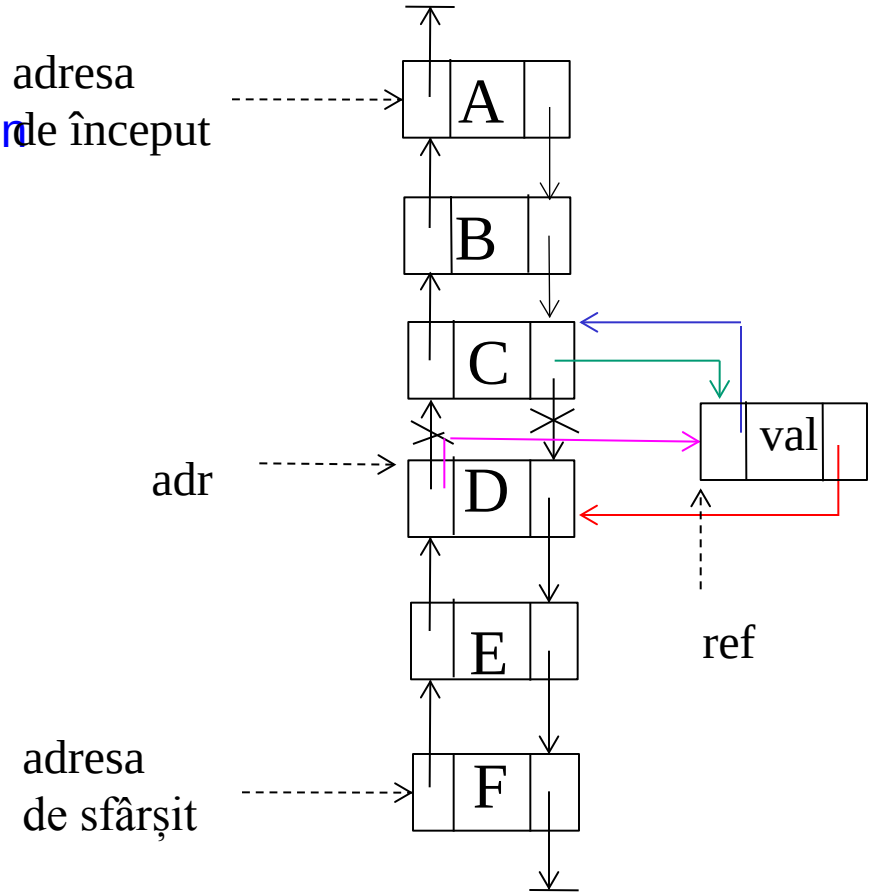
Cost: Θ(1) (cu condiția ca adr să fie cunoscut)

Obs: dacă se dorește inserarea după un element care conține o anumită valoare, atunci trebuie determinată prima dată adresa elementului (O(n))

Operații cu liste dublu înlănțuite

Adăugare înaintea unui nod specificat prin adresa sa

```
inserareInainte(adr,val)
  ref← <creare nod nou>
  ref.info ← val
  ref.prec ← adr.prec
  ref.urm ← adr
  adr.prec ← ref
  ref.prec.urm ← ref
```



Cost: Θ(1) (cu condiția ca adr să fie cunoscut)

Operații cu liste dublu înlănțuite

Ştergerea ultimului/primului element

stergeUltimul(L)

L.sfarsit←L.sfarsit.prec

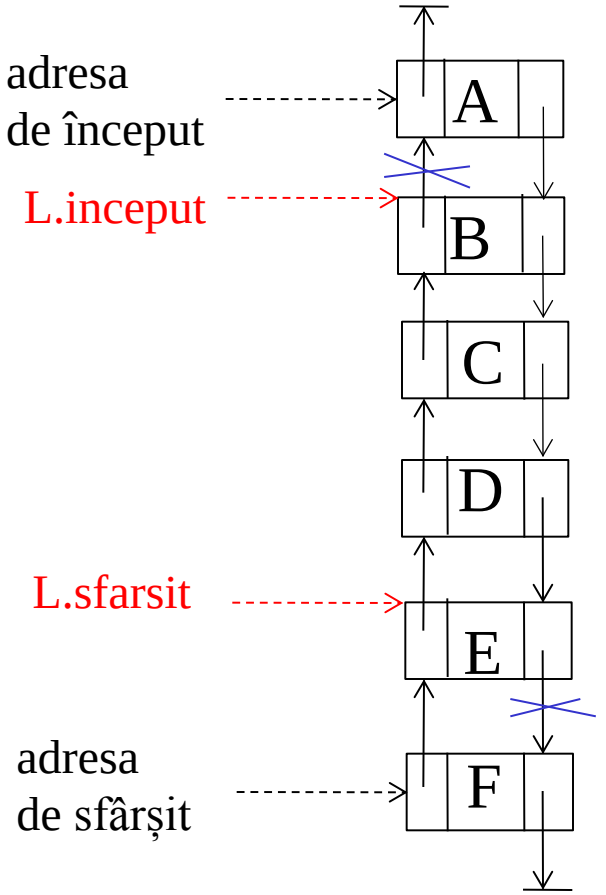
L.sfarsit.urm←None

stergePrimul(L)

L.inceput←L.inceput.urm

L.inceput.prec←None

Cost: Θ(1)



Operații cu liste dublu înlănțuite

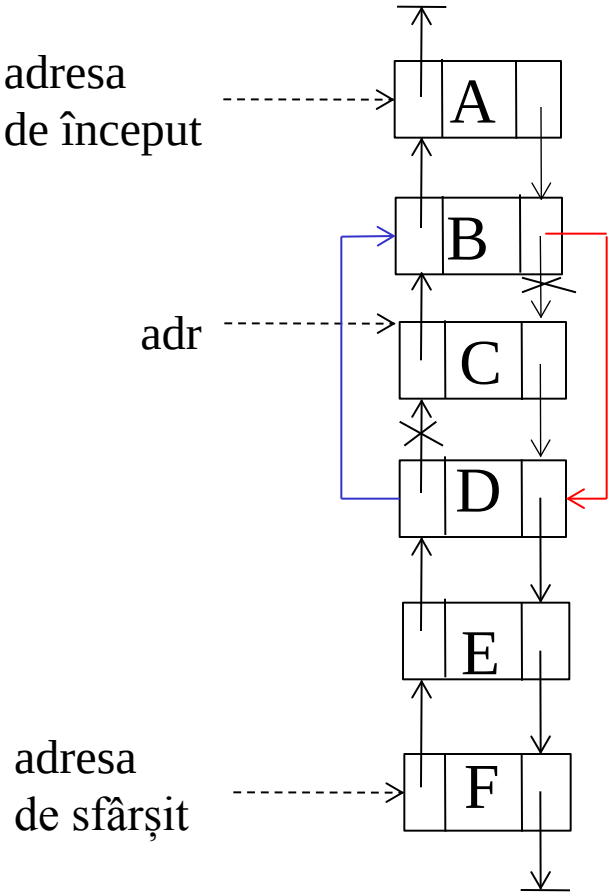
Ştergerea unui element specificat prin adresa

sterge(adr)

adr.urm.prec←adr.prec

adr.prec.urm←adr.urm

Cost: Θ(1)



Operații cu liste dublu înlănțuite

Liste cu noduri fictive de început și sfârșit

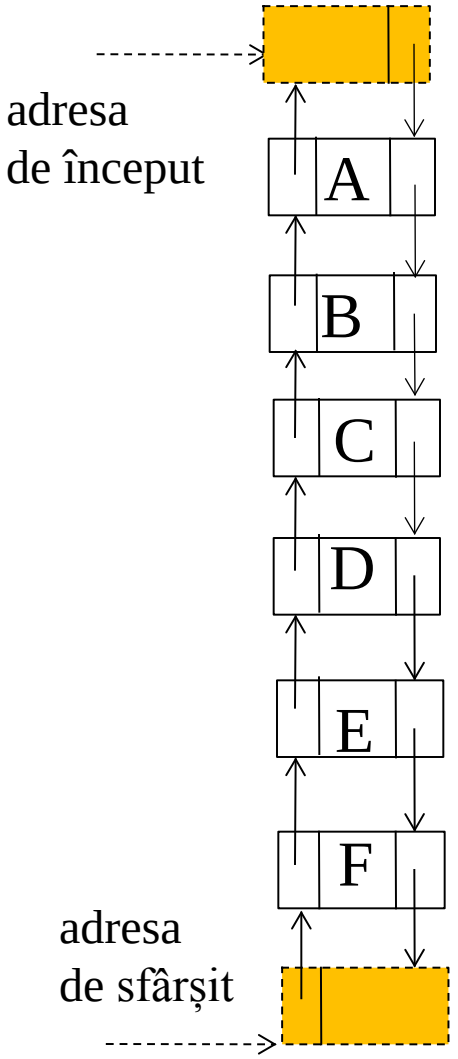
- Nodurile fictive nu conțin informație utilă

- Lista vidă este constituită din cele două noduri

(L.inceput.urm=L.sfarsit, L.sfarsit.prec=L.inceput)

- L.inceput, L.sfarsit rămân neschimbate pe parcursul prelucrării listei

- Inserarea și ștergerea se face întotdeauna în același mod (se inserează între două noduri existente sau se șterge un nod aflat între două noduri existente)



Implementarea stivelor cu înlănţuiri

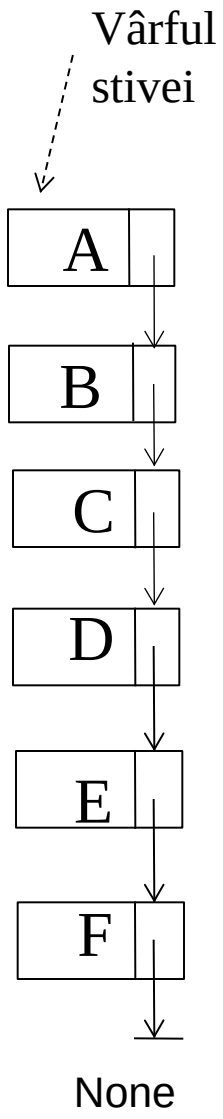
- Motivație: nu e necesară alocarea inițială a spațiului
- Reminder:

Stiva = LIFO (Last In First Out)

Operaţii cu/pe stive:

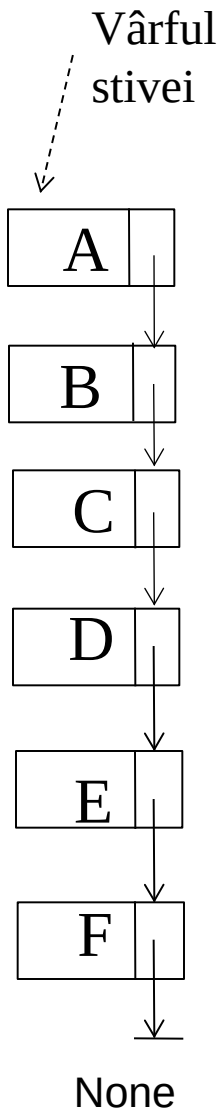
– Inserare (push) ⇔ adăugare la început
– Stergere/Citire (pop) ⇔ ștergerea primului element
– Verificare vârf ⇔ consultarea primului element
– Stivă vidă ⇔ adresa de început e None

Care variantă de listă înlăntuită e mai potrivită pentru implementarea stivelor?



Implementarea stivelor cu înlănţuiri

```
# clasa pentru stiva implementata prin lista simplu inlantuita
class nod:
    def __init__(self,info=None,urm=None):
        self.info=info
        self.urm=urm
class stiva:
    def __init__(self):
        self.varf=None
    def push(self,e):
        self.varf=nod(e,self.varf)
    def top(self):
        if self.varf!=None:
            return self.varf.info
    def pop(self):
        if self.varf!=None:
            val=self.varf.info
            self.varf=self.varf.urm
            return val
```



Implementarea cozilor cu înlănţuiri

- Motivație: nu e necesară alocarea inițială a spațiului
- Reminder:

Coada = FIFO (First In First Out)

Operaţii cu cozi:

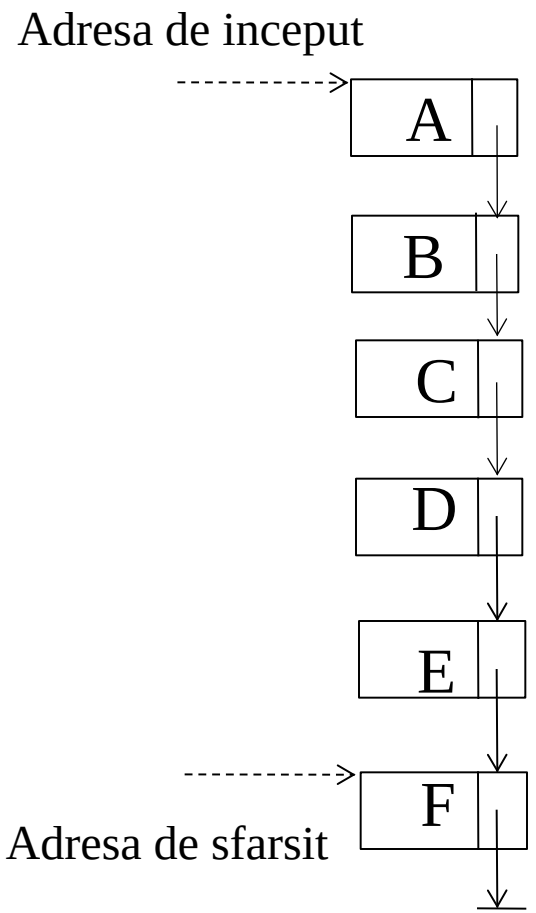
– Stergere din fața cozii ⇔ ștergerea primului element

– Adăugare la sfârșitul cozii ⇔ adăugare după ultimul element

– Consultarea primului element

– Coadă vidă ⇔ adresa de început e None

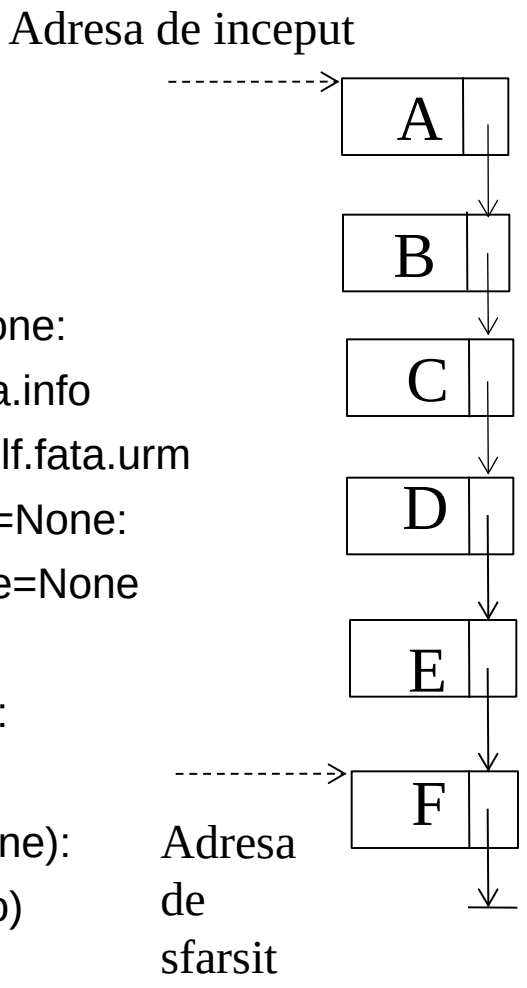
Care variantă de listă înlănțuită e mai potrivită pentru implementarea cozilor simple? Dar a cozilor circulare?



Implementarea cozilor cu înlănţuiri

```
# clasa pentru coada implementata prin lista inlantuita
class nod:
    def __init__(self,info=None,urm=None):
        self.info=info
        self.urm=urm
class coada:
    def __init__(self):
        self.fata=None
        self.spate=None
def adauga(self,e):
        if self.spate==None:
            self.fata=self.spate=nod(e,None)
        else:
            self.spate.urm=nod(e,None)
            self.spate=self.spate.urm
```

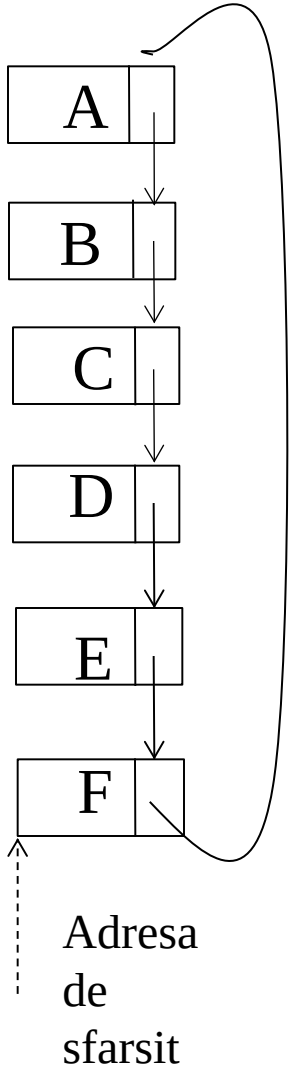
```
def extrage(self):
        if self.fata!=None:
            val=self.fata.info
            self.fata=self.fata.urm
            if self.fata==None:
                self.spate=None
            return val
    def parcurge(self):
        ref=self.fata;
        while (ref!=None):
            print(ref.info)
            ref=ref.urm
```



Implementarea cozilor cu înlănţuiri

```
# coada circulara (e suficient sa se specifice adresa ultimului element)
class nod:
    def __init__(self,info=None,urm=None):
        self.info=info
        self.urm=urm
class coada:
    def __init__(self):
         self.spate=None
def adauga(self,e):
        if self.spate==None:
            self.spate=nod(e,None)
            self.spate.urm=self.spate
        else:
            ref=self.spate.urm
            self.spate.urm=nod(e,ref)
            self.spate=self.spate.urm
```

```
def extrage(self):
        if self.spate!=None:
            ref=self.spate.urm
            self.spate.urm=ref.urm
            return ref.info
def rotire(self):
    self.spate=self.spate.urm
def parcurge(self):
        if self.spate!=None:
            ref=self.spate.urm;
            print(ref.info)
            ref=ref.urm
            while (ref!=self.spate.urm):
                print(ref.info)
                ref=ref.urm
```



Sumar

- Liste simple și dublu înlănţuite
- Liste speciale: Stive, Cozi
- Operaţii cu liste:
  - **Căutare**
  - **Parcurgere**
  - **Adăugare**
  - **Ştergere**
  - Copiere
  - Împărţire
  - Îmbinare
  - Sortare

- Când sunt mai bune tablourile? Când sunt mai bune listele înlănțuite?

Cursul următor va fi despre…

… tehnica reducerii (decrease and conquer)

Intrebare de final

Ce valoare conține nodul din lista L (schema alăturata) specificat prin:

L.inceput.urm.urm.prec

Variante de răspuns:

a) A
b) B
c) C
d) D
e) E
f) F