

# CURS 2:

## Descrierea algoritmilor în pseudocod

### =Example=

# Structura

- Descrierea unor algoritmi simpli
- Specificarea și utilizarea subalgoritmilor

# Exemplu 1

Considerăm un tabel cu informații despre studenți

Nr.	Nume	Note			Credite	Stare	Medie
1	A	8	6	7	60		
2	B	10	10	10	60		
3	C	-	7	5	40		
4	D	6	-	-	20		
5	E	8	7	9	60		

Problema: să se completeze coloanele **stare** și **medie** folosind regulile  
**stare = 1** dacă **Credite=60** (obs: 1 credit=30 ore de activitate)

**stare= 2** dacă **Credite** este in **[30,60)**

**stare= 3** dacă **Credite <30**

media aritmetică a notelor se calculează doar dacă **Credite =60**

# Exemplu 1

După completare tabelul va arăta astfel:

Nr.	Nume	Note			Credite	Stare	Medie
1	A	8	6	7	60	1	7
2	B	10	10	10	60	1	10
3	C	-	7	5	40	2	-
4	D	6	-	-	20	3	-
5	E	8	7	9	60	1	8

stare = 1    dacă Credite=60

stare= 2    dacă Credite este in [30,60)

stare= 3    dacă Credite <30

# Exemplu 1

Ce fel de date vor fi prelucrate?

Nr.	Nume	Note			Credite	Stare	Medie
1	A	8	6	7	60		
2	B	10	10	10	60		
3	C	-	7	5	40		
4	D	6	-	-	20		
5	E	8	7	9	60		

Date de intrare: **Note** si Credite

**note[1..5,1..3]** : tablou bidimensional (matrice) cu 5 linii și 3 coloane

Descriere în pseudocod: **int note[1..5,1..3]**

# Exemplu 1

Ce fel de date vor fi prelucrate?

Nr.	Nume	Note			Credite	Stare	Medie
1	A	8	6	7	60		
2	B	10	10	10	60		
3	C	-	7	5	40		
4	D	6	-	-	20		
5	E	8	7	9	60		

Date de intrare: Note și Credite

`credite[1..5]` : tablou unidimensional cu 5 elemente

Descriere in pseudocod: `int credite[1..5]`

# Exemplu 1

Ce fel de date vor fi prelucrate?

Nr.	Nume	Note			Credite	Stare	Medie
1	A	8	6	7	60		
2	B	10	10	10	60		
3	C	-	7	5	40		
4	D	6	-	-	20		
5	E	8	7	9	60		

Date de ieşire: Stare si Medie

**stare[1..5], medie[1..5]** : tablouri unidimensionale cu 5 elemente

Descriere pseudocod: **int stare[1..5]**

**real medie[1..5]**

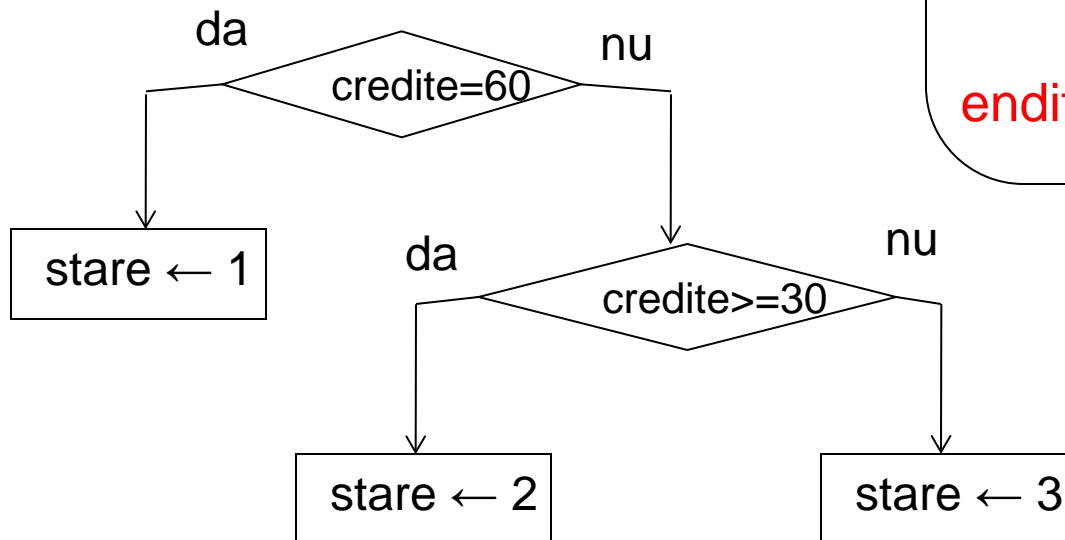
# Exemplu 1

Regula pt.determinarea stării  
asociate unui student

stare = 1 dacă credite=60

stare= 2 dacă credite in [30,60)

stare= 3 dacă credite <30



Descriere în pseudocod:

```
if credite==60 then stare = 1
  else if credite>=30 then stare = 2
    else stare = 3
  endif
endif
```

Descriere in Python

```
if credite==60:
    stare=1
elif credite>=30:
    stare=2
else:
    stare=3
```



# Exemplu 1

## Completarea stării pentru toți studenții

**Obs:** Numărul studenților este notat cu  $n$  (în exemplul analizat  $n=5$ )

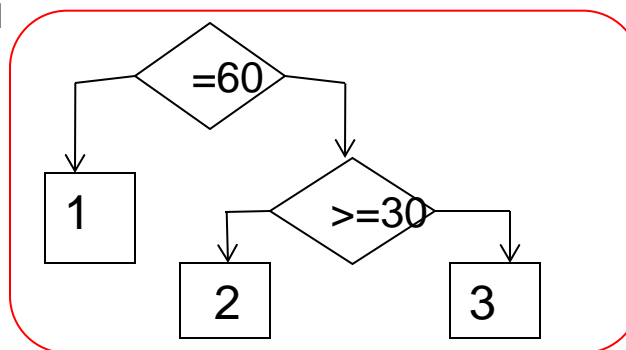
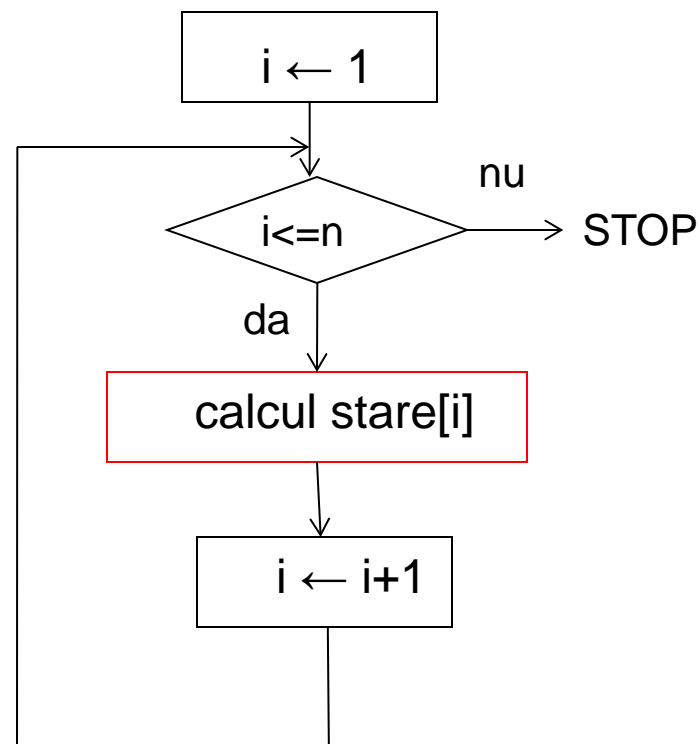
**Pas 1:** se pornește de la prima linie din tabel ( $i \leftarrow 1$ )

**Pas 2:** se verifică dacă mai sunt linii de prelucrat ( $i \leq n$ ); dacă nu, se oprește prelucrarea

**Pas 3:** se calculează starea elementului  $i$

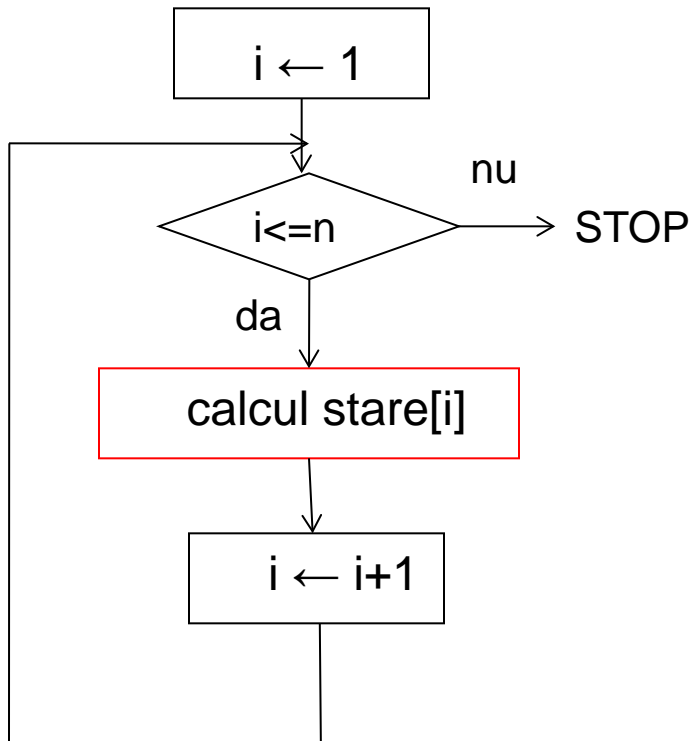
**Pas 4:** se pregătește indicele următorului element ( $i \leftarrow i+1$ )

**Pas 5:** se continuă cu Pas 2



# Exemplu 1

Completarea stării pentru toți  
studenții



Pseudocod:

```
int credite[1..n], stare[1..n], i
```

```
i = 1
```

```
while i ≤ n do
```

```
    if credite[i] == 60 then stare[i] = 1
```

```
        else if credite[i] ≥ 30 then stare[i] = 2
```

```
            else stare[i] = 3
```

```
        endif
```

```
    endif
```

```
    i = i+1
```

```
endwhile
```

# Exemplu 1

Simplificarea descrierii algoritmului  
prin gruparea unor prelucrări în  
cadrul unui **subalgoritm**

Pseudocod:

```
int credite[1..n], stare[1..n], i
i = 1
while i <= n do
    stare[i] ← calcul(credite[i])
    i = i + 1
endwhile
```

Descriere subalgoritm (modul / funcție  
/ procedură / rutină ):

```
calcul (int c)
    int stare
    if c == 60 then stare = 1
        else if c >= 30 then stare = 2
            else stare = 3
        endif
    endif
    return stare
```

**Obs:** un subalgoritm descrie un calcul  
afectuat asupra unor date generice  
numite **parametri**

# Utilizarea subalgoritmilor

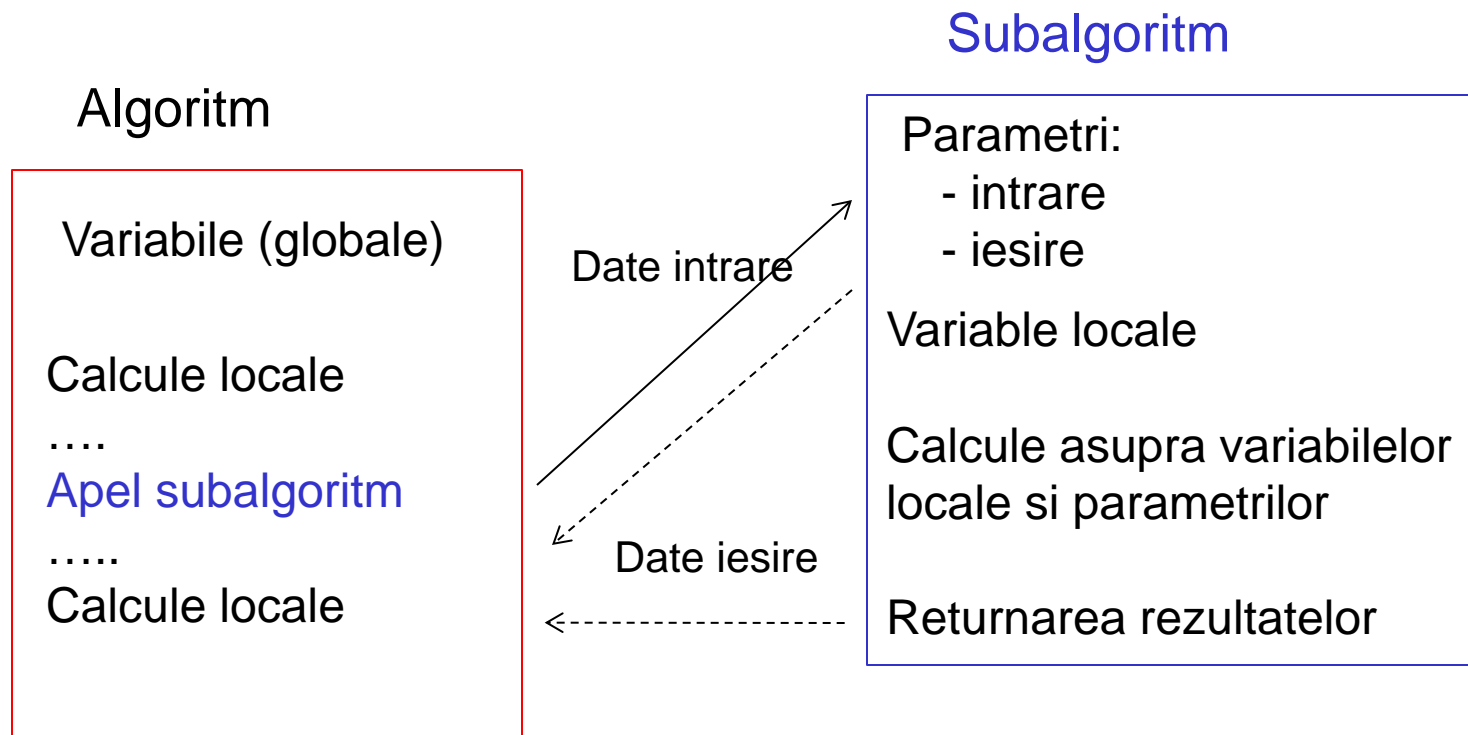
## Idei de bază:

- Problema inițială se descompune în **subprobleme**
- Pentru fiecare subproblemă se proiectează un algoritm (numit **subalgoritm** sau **modul** sau **funcție** sau **procedură**)
- Prelucrările din cadrul subalgoritmului se aplică unor date generice (numite **parametri**) și eventual unor date ajutătoare (numite **variabile locale**)
- Prelucrările specificate în cadrul subalgoritmului sunt executate în momentul **apelului** acestuia (când parametrii generici sunt înlocuiți cu valori concrete)
- Efectul unui subalgoritm constă în :
  - **Returnarea** unuia sau a mai multor rezultate
  - Modificarea valorilor unor parametri (sau a unor variabile globale)

# Utilizarea subalgoritmilor

Mecanismul de comunicare intre algoritm si subalgoritmi:

- parametri și valori returnate



# Utilizarea subalgoritmilor

Mecanismul de comunicare intre algoritm si subalgoritmi:

- parametri si valori returnate

## Algoritm

```
int credite[1..n], stare[1..n], i  
i ← 1  
while i ≤ n do  
    stare[i] ← calcul(credite[i])  
    i ← i+1  
endwhile
```

Date intrare

Date iesire

## Subalgoritm

```
calcul (int c)  
    int stare  
    if c=60 then stare ← 1  
    else if c ≥ 30  
        then stare ← 2  
        else stare ← 3  
    endif  
    return stare
```

Param. intrare

Var.  
locala

Rezultat de  
returnat

# Utilizarea subalgoritmilor

- Structura unui subalgoritm:

```
<nume subalgoritm> (<parametri formali (generici)>)  
  < declarații ale variabilelor locale >  
  < prelucrări >  
  RETURN <rezultate>
```

- Apelul unui subalgoritm:

```
<nume subalgoritm> (<parametri efectivi>)
```

# Înapoi la Exemplul 1

## Pseudocod:

```
int credite[1..n], stare[1..n], i
i = 1
while i <= n do
    stare[i] = calcul(credite[i])
    i = i + 1
endwhile
```

## Alta variantă:

```
int credite[1..n], stare[1..n], i
for i = 1, n do
    stare[i] = calcul(credite[i])
endfor
```

## Subalgoritm (functie) :

```
calcul (int c)
    int stare
    if c == 60 then stare = 1
        else if c >= 30 then stare = 2
            else stare = 3
        endif
    endif
    return stare
```



# Înapoi la Exemplul 1

Python:

```
credite=[60,60,40,20,60]
stare=[0]*5
n=5
i=0
while i<n:
    stare[i]=calcul(credite[i])
    i=i+1
print stare
```

Utilizare for in loc de while:

```
for i in range(5):
    stare[i]=calcul(credite[i])
```

Funcție Python:

```
def calcul(c):
    if c==60:
        stare=1
    elif c>=30:
        stare=2
    else:
        stare=3
    return stare
```

Obs: indentarea liniilor este foarte importantă în Python

# Înapoi la Exemplul 1

Nr.	Nume	Note			Credite	Stare	Medie
1	A	8	6	7	60	1	
2	B	10	10	10	60	1	
3	C	-	7	5	40	2	
4	D	6	-	-	20	3	
5	E	8	7	9	60	1	

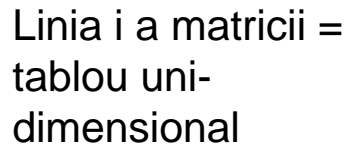
Calcul medie: pentru studenții având **starea=1** trebuie calculată media aritmetică a notelor

Notele studentului **i** se află pe linia **i** a matricii **note** (se pot specifica prin **note[i,1..m]**)

# Înapoi la Exemplul 1

## Calculul mediei

```
int note[1..n,1..m], stare[1..n]
real medie[1..n]
...
for i = 1,n do
  if stare[i]==1
    medie[i] = calculMedie(note[i,1..m])
  endif
endfor
```



Linia i a matricii =  
tablou uni-  
dimensional

## Funcție pt calcul medie

```
calculMedie(int v[1..m])
real suma
int i
suma = 0
for i = 1,m do
  suma = suma+v[i]
endfor
suma = suma/m
return suma
```

# Înapoi la Exemplul 1

## Calculul mediei (exemplu Python)

```
note=[[8,6,7],[10,10,10],[0,7,5],[6,0,0],[8,7,9]]
stare=[1,1,2,3,1]
medie=[0]*5
for i in range(5):
    if stare[i]==1:
        medie[i]=calculMedie(note[i])
print medie
```

**Obs:** range(5) = [0,1,2,3,4]

In Python indicii tablourilor încep de la 0

## Funcție pt. calculul mediei (Python)

```
def calculMedie(note):
    m=len(note)
    suma=0
    for i in range(m):
        suma = suma+note[i]
    suma=suma/m
    return suma
```

# Pauză ... de ciocolată

Am o tabletă de ciocolată pe care doresc să o rup în bucățele (în cazul unei tablete 4x6 sunt 24 astfel de bucățele). Care este numărul de mișcări de rupere necesare pentru a separa cele 24 de bucățele ? (la fiecare mișcare pot rupe o bucată în alte două bucăți – doar de-a lungul uneia din liniile separatoare ale tabletei)



# Pauză ... de ciocolată

Am o tabletă de ciocolată pe care doresc să o rup în bucățele (în cazul unei tablete 4x6 sunt 24 astfel de bucățele). Care este numărul de mișcări de rupere necesare pentru a separa cele 24 de bucățele ? (la fiecare mișcare pot rupe o bucată în alte două bucăți – doar de-a lungul uneia din liniile separatoare ale tabletei)

**Răspuns:** 23 (în cazul unei tablete de  $m \times n$  numărul de mișcări este  $mn-1$ )

Cum putem demonstra ?



# Pauză ... de ciocolată

Prin inducție matematică (pentru o tabletă cu  $N=n \times m$  bucățele)

**Caz particular:** bucata întreagă (1) nu necesită nici o rupere (0)

**Ipoteză:** Presupunem că pentru orice  $K < N$  sunt necesare și suficiente  $K-1$  mișcări.

Pentru a obține  $N$  bucăți se procedează astfel:

- Se rupe tableta în două bucăți (cu  $K_1 < N$  respectiv  $K_2 < N$  bucățele,  $K_1 + K_2 = N$ ) – o mișcare
- Se rupe fiecare dintre cele două bucăți în bucățele ( $K_1 - 1 + K_2 - 1 = K_1 + K_2 - 2$  mișcări)
- **Total:**  $K_1 + K_2 - 2 + 1 = K_1 + K_2 - 1 = N - 1$  mișcări

Algoritmi și structuri de date - Curs 2

(2015)



# Exemplu 2 – cel mai mare divizor comun

**Problema:** Fie  $a$  și  $b$  două numere reale. Să se determine cel mai mare divizor al lui  $a$  și  $b$ :  $\text{cmmdc}(a,b)$

**Metoda lui Euclid (varianta bazată pe împărțiri):**

- Se calculează restul  $r$  al împărțirii lui  $a$  (deîmpărțit) la  $b$  (împărțitor)
- Inlocuiește
  - valoarea deîmpărțitului ( $a$ ) cu valoarea împărțitorului ( $b$ ),
  - valoarea împărțitorului ( $b$ ) cu valoarea restului  $r$  și calculează din nou restul împărțirii lui  $a$  la  $b$
- Procesul continuă până se obține un rest egal cu 0
- Restul anterior (care este evident diferit de 0) va fi  $\text{cmmdc}(a,b)$ .



# Exemplu 2 – cel mai mare divizor comun

Cum funcționează metoda?

Observații:

1:  $a = bq_1 + r_1$ ,  $0 \leq r_1 < b$

2:  $b = r_1q_2 + r_2$ ,  $0 \leq r_2 < r_1$

3:  $r_1 = r_2q_3 + r_3$ ,  $0 \leq r_3 < r_2$

...

i:  $r_{i-2} = r_{i-1}q_i + r_i$ ,  $0 \leq r_i < r_{i-1}$

...

n-1:  $r_{n-3} = r_{n-2}q_{n-1} + r_{n-1}$ ,  $0 \leq r_{n-1} < r_{n-2}$

n :  $r_{n-2} = r_{n-1}q_n$ ,  $r_n = 0$

- la fiecare pas deîmpărțitul ia valoarea vechiului împărțitor iar noul împărțitor ia valoarea vechiului rest

- secvența de resturi este un șir strict descrescător de numere naturale, astfel că există o valoare n astfel încât  $r_n = 0$  (metoda este finită)

- utilizând aceste relații se poate demonstra ca  $r_{n-1}$  este într-adevar  $\text{cmmdc}(a,b)$

# Exemplu 2 – cel mai mare divizor comun

Cum funcționează metoda?

1:  $a = bq_1 + r_1, 0 \leq r_1 < b$

2:  $b = r_1q_2 + r_2, 0 \leq r_2 < r_1$

3:  $r_1 = r_2q_3 + r_3, 0 \leq r_3 < r_2$

...

i:  $r_{i-2} = r_{i-1}q_i + r_i, 0 \leq r_i < r_{i-1}$

...

n-1:  $r_{n-3} = r_{n-2}q_{n-1} + r_{n-1}, 0 \leq r_{n-1} < r_{n-2}$

n:  $r_{n-2} = r_{n-1}q_n, r_n = 0$

## Demonstratie:

- din ultima relație rezultă că  $r_{n-1}$  divide pe  $r_{n-2}$ , din penultima relație rezultă că  $r_{n-1}$  divide pe  $r_{n-3}$  s.a.m.d.
- rezultă astfel că  $r_{n-1}$  divide atât pe a cât și pe b (deci este divizor comun)
- pt a arăta că  $r_{n-1}$  este cmmdc considerăm că  $d$  este un alt divizor comun pentru a și b; din prima relație rezultă că  $d$  divide  $r_1$ ; din a doua rezultă că divide pe  $r_2$  s.a.m.d.
- din penultima relație rezultă că  $d$  divide pe  $r_{n-1}$

Deci orice alt divizor comun îl divide pe  $r_{n-1} \Rightarrow r_{n-1}$  este cmmdc

# Exemplu 2 – cel mai mare divizor comun

Algoritm  
(varianta WHILE ):

```
cmmdc(int a,b)
int d,i,r
d = a
i = b
r = d MOD i
while r!=0 do
    d = i
    i = r
    r = d MOD i
endwhile
return i
```

Algoritm :  
(varianta REPEAT )

```
cmmdc(int a,b)
int d,i,r
d = a
i = b
repeat
    r = d MOD i
    d = i
    i = r
until r=0
return d
```

# Exemplu 2 – cmmdc al unei secvențe de valori

- **Problema:** să se determine cmmdc al unei secvențe de numere naturale nenule

- **Exemplu:**

$$\text{cmmdc}(12,8,10)=\text{cmmdc}(\text{cmmdc}(12,8),10)=\text{cmmdc}(4,10)=2$$

- **Date de intrare:** secvența de valori  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$
- **Date de ieșire (rezultat):**  $\text{cmmdc}(a_1, a_2, \dots, a_n)$

- **Idee:**

Se calculează cmmdc al primelor două elemente, după care se calculează cmmdc pentru rezultatul anterior și noua valoare ...

... e natural să se utilizeze un subalgoritm care calculează cmmdc

# Exemplu 2 – cmmdc al unei secvențe de valori

- Structura algoritmului:

```
cmmdcSecventa(int a[1..n])  
int d,i  
d = cmmdc(a[1],a[2])  
for i = 3,n do  
    d = cmmdc(d,a[i])  
endfor  
return d
```

```
cmmdc (int a,b)  
int d,i,r  
d = a  
i = b  
r = d MOD i  
while r<>0 do  
    d = i  
    i = r  
    r = d MOD i  
endwhile  
return i
```

# Exemplu 3: problema succesorului

Se consideră un număr constituit din 10 cifre distincte. Să se determine elementul următor din secvența crescătoare a numerelor naturale constituite din 10 cifre distincte.

**Exemplu:**  $x = 6309487521$

**Data de intrare:** tablou unidimensional cu 10 elemente ce conține cifrele numărului:  $[6, 3, 0, 9, 4, 8, 7, 5, 2, 1]$

**Care este următorul număr (în ordine crescătoare) ce conține 10 cifre distincte?**

Răspuns:

63095**12478**

# Exemplu 3: problema succesorului

**Pas 1.** Determină cel mai mare indice  $i$  având proprietatea că  $x[i-1] < x[i]$  (se consideră că prima cifră, adică 6, are indicele 1)

**Exemplu:**  $x = 6309487521$        $i = 6$

**Pas 2.** Determină cel mai mic  $x[k]$  din subtabloul  $x[i..n]$  care este mai mare decât  $x[i-1]$

**Exemplu:**  $x = 6309487521$        $k = 8$

**Pas 3.** Interschimbă  $x[k]$  cu  $x[i-1]$

**Exemplu:**  $x = 6309587421$  (aceasta valoare este mai mare decât cea anterioară)

**Pas 4.** Sortează  $x[i..n]$  crescător (pentru a obține cel mai mic număr care satisface cerințele)

**Exemplu:**  $x = 6309512478$  (este suficient să se inverseze ordinea elementelor din  $x[i..n]$ )

# Exemplu 3: problema succesorului

Subprobleme / subalgoritmi:

**Identifica:** Identifică poziția  $i$  a celui mai din dreapta element  $x[i]$ , care este mai mare decât vecinul său stâng ( $x[i-1]$ )

Input:  $x[1..n]$

Output:  $i$

**Minim:** determină indicele celui mai mic element din subtabloul  $x[i..n]$  care este mai mare decât  $x[i-1]$

Input:  $x[i-1..n]$

Output:  $k$

**Inversare:** inversează ordinea elementelor din  $x[i..n]$

Input:  $x[i..n]$

Output:  $x[i..n]$



# Exemplu 3: problema succesorului

Structura generala a algoritmului:

```
Succesor(int x[1..n])
int i, k
i = Identifica(x[1..n])
if i==1
then write "nu exista succesor !"
else
  k = Minim(x[i-1..n])
  x[i-1] ↔ x[k]
  x[i..n] = Inversare(x[i..n])
  write x[1..n]
endif
```

**Observație:** In general  
interschimbarea valorilor a două  
variabile necesită 3 atribuiri și  
utilizarea unei variabile auxiliare  
(la fel cum schimbarea  
conținutului lichid a două  
pahare necesită utilizarea unui  
alt pahar)

```
a ↔ b
este echivalent cu
aux = a
a = b
b = aux
```

# Exemplu 3: problema succesorului

**Identifica**(int x[1..n])

int i

i = n

while (i > 1) and (x[i] < x[i-1]) do

    i = i - 1

endwhile

return i

**Minim**(int x[i-1..n])

int j

k = i

for j = i + 1, n do

    if x[j] < x[k] and x[j] > x[i-1] then

        k = j

    endif

endfor

return k

# Exemplu 3: problema succesorului

```
inversare (int x[left..right])  
  int i,j  
  i = left  
  j = right  
  while i<j DO  
    x[i]↔x[j]  
    i = i+1  
    j = j-1  
  endwhile  
  return x[left..right]
```

# Exemplu 3: implementare Python

```
def identifica(x):
    n=len(x)
    i=n-1
    while (i>0)and(x[i-1]>x[i]):
        i=i-1
    return i

def minim(x,i):
    n=len(x)
    k=i
    for j in range(i+1,n):
        if (x[j]<x[k])and (x[j]>x[i-1]):
            k=j
    return k
```

```
def inversare(x,left,right):
    i=left
    j=right
    while i<j:
        x[i],x[j]=x[j],x[i]
        i=i+1
        j=j-1
    return x
```

Obs. In Python interschimbarea a două variabile a și b poate fi realizată prin

`a,b=b,a`

# Exemplu 3: implementare Python

# apelul functiilor definite anterior

```
x=[6,3,0,9,4,8,7,5,2,1]
```

```
print "secventa cifrelor din numarul initial:",x
```

```
i=identifica(x)
```

```
print "i=",i
```

```
k=minim(x,i)
```

```
print "k=",k
```

```
x[i-1],x[k]=x[k],x[i-1]
```

```
print "secventa dupa interschimbare:",x
```

```
x=inversare(x,i,len(x)-1)
```

```
print "secventa dupa inversare:",x
```

# Sumar

- Problemele se descompun in subprobleme cărora li se asociază subalgoritmi
- Un **subalgoritm** este caracterizat prin:
  - Nume
  - Parametri
  - Valori returnate
  - Variabile locale
  - Prelucrări
- **Apelul unui subalgoritm**:
  - Parametrii sunt înlocuiți cu valori concrete
  - Prelucrările din algoritm sunt executate

# Cursul următor...

- Cum se poate verifica corectitudinea algoritmilor
- Introducere in verificarea formală a corectitudinii algoritmilor

# Intrebare de final

```
x = 7
y = 5
while y>0 do
  x = x+1
  y = y-1
endwhile
```

Variante de răspuns:

- a) 8
- b) 6
- c) 12
- d) 11
- e) 5

Ce valoare va avea variabila x  
după execuția algoritmului de  
mai sus ?